



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

FELIPE RICARDO DOS SANTOS FERNANDES

UMA NOVA ABORDAGEM PARA O PROBLEMA DA PATRULHA ESCOLAR:
FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E METAHEURÍSTICAS

MOSSORÓ - RN
2019

FELIPE RICARDO DOS SANTOS FERNANDES

UMA NOVA ABORDAGEM PARA O PROBLEMA DA PATRULHA ESCOLAR:
FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E METAHEURÍSTICAS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação - associação ampla entre a Universidade do Estado do Rio Grande do Norte e a Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Linha de Pesquisa: Otimização e Inteligência Computacional.

Orientador: Prof^o Francisco Chagas de Lima Júnior, Dr.
Coorientador: Prof^o Carlos Heitor Pereira Liberalino, Dr.

MOSSORÓ - RN
2019

**Catálogo da Publicação na Fonte.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.**

F363n Fernandes, Felipe Ricardo dos Santos
Uma nova abordagem para o Problema da Patrulha
Escolar: formulação matemática e metaheurísticas. /
Felipe Ricardo dos Santos Fernandes. - Mossoró, Rio
Grande do Norte, 2019.
124p.

Orientador(a): Prof. Dr. Francisco Chagas de Lima
Júnior.

Coorientador(a): Prof. Dr. Carlos Heitor Pereira
Liberalino.

Dissertação (Mestrado em Programa de Pós-
Graduação em Ciência da Computação). Universidade do
Estado do Rio Grande do Norte.

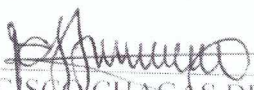
1. Problema do Caixeiro Viajante Periódico com
Grupamentos e Prioridades. 2. Otimização Combinatória.
3. Metaheurísticas. I. Lima Júnior, Francisco Chagas de. II.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III.
Título.

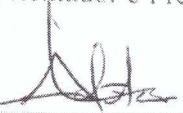
FELIPE RICARDO DOS SANTOS FERNANDES.

UMA NOVA ABORDAGEM PARA O PROBLEMA DA PATRULHA ESCOLAR:
FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E METAHEURÍSTICAS.

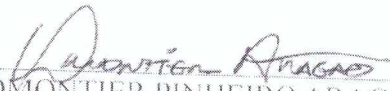
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.


APROVADA EM: 18 / 03 / 2019


Prof. Dr. FRANCISCO CHAGAS DE LIMA JÚNIOR
Orientador e Presidente


Prof. Dr. CARLOS HEITOR PEREIRA LIBERALINO
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte - UERN


Profª. Dra. CÍRCIA RAQUEL MAIA LEITE
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte - UERN


Prof. Dr. DMONTIER PINHEIRO ARAGÃO JÚNIOR
Universidade Federal do Ceará - UFC


Prof. Dr. MOISÉS DANTAS DOS SANTOS
Universidade Federal da Paraíba - UFPB.

*À Maria das Dores dos Santos Fernandes
(in memoriam), minha linda, querida e amada mãe.*

RESUMO

Este trabalho apresenta uma nova abordagem para o Problema da Patrulha Escolar (PPE), a qual pode também, ser entendida formalmente como uma nova variante do Problema do Caixeiro Viajante (PCV), denominada de Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades (PCVPGP). O PPE, bem como o PCVPGP, faz alusão a um programa de segurança pública de apoio cooperativo à educação. Nesta nova abordagem o ciclo de visitas pode ser decomposto em sub-ciclos contíguos e otimizados, em que cada sub-ciclo representa um dia e é formado satisfazendo uma restrição de tempo associada a disponibilidade para atendimento diário. O problema consiste em determinar o ciclo hamiltoniano de cada sub-ciclo cuja soma total dos custos resulte em um custo final mínimo, de forma que otimize simultaneamente o atendimento aos vértices levando em consideração suas prioridades e tempo de atendimento. Visto que o PCV é classificado como NP-Difícil e está contido na abordagem proposta, classifica-se também o PPE/PCVPGP como tal. O modelo desenvolvido é criado a partir de um estudo de caso realizado na cidade de Mossoró, Rio Grande do Norte (RN). Para viabilizar uma solução otimizada para o estudo de caso, este trabalho faz ainda um estudo algorítmico através da implementação, experimentos computacionais e análise de metaheurísticas baseadas em população e trajetória: Algoritmo Genético (AG), Algoritmo Memético (AM), *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) e *Iterated Local Search* (ILS). Instâncias do problema são criadas para os testes experimentais. Em posse dos resultados, as metaheurísticas apresentam-se como sendo promissoras em obter boas soluções para as instâncias do PPE/PCVPGP, com destaque para as metaheurísticas com procedimentos de busca local. As metaheurísticas ILS e AM levam vantagens em relação as demais. A abordagem desenvolvida aliada ao uso das metaheurísticas apresentam resultados melhores que a prática empírica do estudo de caso.

Palavras-chave: Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades, Otimização Combinatória, Metaheurísticas

ABSTRACT

This paper presents a new approach to the School Patrol Problem (SPP), which can also be formally understood as a new variant of the Traveling Salesman Problem (TSP), called of The Period Traveling Salesman Problem with Clustering and Priority (PTSPCP). The SPP, as well as the PTSPCP, is an abstraction of a public safety program of cooperative support for education. In this new approach the visit cycle is decomposed into contiguous and optimized sub-cycles, where each sub-cycle represents a day and is formed satisfying a time constraint associated with availability for daily attendance. The problem consists of determining the Hamiltonian cycle of each sub-cycle whose total sum of costs results in a minimum final cost, so as to simultaneously optimizes the attendance to the vertices taking into account their priorities and time of service. Since TSP is classified as NP-Hard and is contained in the proposed approach, SPP/PTSPCP is classified as such. The developed model is created from a case study carried out in the city of Mossoró, Rio Grande do Norte (RN). In order to enable an optimized solution for the case study, this work also makes an algorithmic study through the implementation, computational experiments and analysis of metaheuristics based on population and trajectory: Genetic Algorithm (GA), Memetic Algorithm (MA), Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) and Iterated Local Search (ILS). Instances of the problem are created for the experimental tests. In possession of the results, the metaheuristics present themselves as being promising in obtaining good solutions for SPP/PTSPCP instances, with emphasis on metaheuristics with local search procedures. The ILS and MA metaheuristics have advantages over the others. The approach developed in conjunction with the use of metaheuristics presents better results than the empirical practice of the case study.

Keywords: The Period Traveling Salesman Problem with Clustering and Priority, Combinatorial optimization and Metaheuristics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ilustração do Ótimo Global e Local.	23
Figura 2 – Representação gráfica de uma solução viável do PCVG	28
Figura 3 – Dois critérios conflituosos na concepção de metaheurísticas: Exploração <i>versus</i> Exploração.	31
Figura 4 – Representação gráfica da ILS. Inicia com uma solução S^* , aplica uma perturbação, obtendo uma solução S' , e aplica a busca local, encontrando uma nova solução S^{*} que pode ser melhor que S^*	38
Figura 5 – Fluxograma para resolução do PPE/PCVPGP.	45
Figura 6 – Grafo completo para representar uma instância do PPE/PCVPGP.	46
Figura 7 – Particionamento do Grafo em p grupos para as visitas diárias.	49
Figura 8 – Representação em grafo de uma solução do PPE/PCVPGP com seus custos operacionais.	50
Figura 9 – Representação gráfica de uma solução viável do PPE/PCVPGP	53
Figura 10 – Representação computacional de uma solução.	55
Figura 11 – Vizinhança intrarrotas permutando dois vértices por grupo para $p = 2$	58
Figura 12 – Ilustração do funcionamento do AG.	60
Figura 13 – Ilustração do cruzamento de um ponto.	61
Figura 14 – Ilustração do funcionamento do AM.	63
Figura 15 – Custo relacionado a distância (#Min).	70
Figura 16 – Custo relacionado a função objetivo (#Min).	70
Figura 17 – Custo relacionado a função objetivo (\bar{x}).	71
Figura 18 – Custo relacionado a distância (\bar{x}).	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Referências e características de trabalhos com modelos de aplicações em problemas reais.	18
Tabela 2 – Referências e problemas correlatos ao PCV.	26
Tabela 3 – Referências clássicas do PCV.	26
Tabela 4 – Linguagem computacional de um AG de forma análoga a da natureza	32
Tabela 5 – Componentes do PPE e suas respectivas alusões no PCVPGP.	41
Tabela 6 – Dados referentes aos parâmetros da instância do PPE de Mossoró/RN.	56
Tabela 7 – Parametrização do AG.	58
Tabela 8 – Parametrização do AM.	59
Tabela 9 – Parametrização do GRASP.	59
Tabela 10 – Parametrização do ILS.	59
Tabela 11 – Matriz de custo.	86
Tabela 12 – Melhores resultados do Algoritmo Genético.	87
Tabela 13 – Melhores resultados do Algoritmo Memético 20%.	87
Tabela 14 – Melhores resultados do Algoritmo Memético 40%.	87
Tabela 15 – Melhores resultados do GRASP.	87
Tabela 16 – Melhores resultados do ILS.	88
Tabela 17 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 25.	89
Tabela 18 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 50.	89
Tabela 19 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 75.	89
Tabela 20 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 100.	89
Tabela 21 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 25.	90
Tabela 22 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 50.	90
Tabela 23 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 75.	90
Tabela 24 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 100.	90
Tabela 25 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 25.	91
Tabela 26 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 50.	91
Tabela 27 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 75.	91
Tabela 28 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 100.	91
Tabela 29 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 25.	92
Tabela 30 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 50.	92
Tabela 31 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 75.	92
Tabela 32 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 100.	92
Tabela 33 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 25.	93
Tabela 34 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 50.	93
Tabela 35 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 75.	93

Tabela 36 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 100.	93
Tabela 37 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 25.	94
Tabela 38 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 50.	94
Tabela 39 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 75.	94
Tabela 40 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 100.	94
Tabela 41 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 25.	95
Tabela 42 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 50.	95
Tabela 43 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 75.	95
Tabela 44 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 100.	95
Tabela 45 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 25.	96
Tabela 46 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 50.	96
Tabela 47 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 75.	96
Tabela 48 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 100.	96
Tabela 49 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 25.	97
Tabela 50 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 50.	97
Tabela 51 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 75.	97
Tabela 52 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 100.	97
Tabela 53 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 25.	98
Tabela 54 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 50.	98
Tabela 55 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 75.	98
Tabela 56 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 100.	98
Tabela 57 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 25.	99
Tabela 58 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 50.	99
Tabela 59 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 75.	99
Tabela 60 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 100.	99
Tabela 61 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 25.	100
Tabela 62 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 50.	100
Tabela 63 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 75.	100
Tabela 64 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 100.	100
Tabela 65 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 25.	101
Tabela 66 – AM40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 50.	101
Tabela 67 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 75.	101
Tabela 68 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 100.	101
Tabela 69 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 25.	102
Tabela 70 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 50.	102
Tabela 71 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 75.	102
Tabela 72 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 100.	102
Tabela 73 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 25.	103
Tabela 74 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 50.	103

Tabela 75 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 75.	103
Tabela 76 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 100.	103
Tabela 77 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 25.	104
Tabela 78 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 50.	104
Tabela 79 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 75.	104
Tabela 80 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 100.	104
Tabela 81 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 25.	105
Tabela 82 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 50.	105
Tabela 83 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 75.	105
Tabela 84 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 100.	105
Tabela 85 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 25.	106
Tabela 86 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 50.	106
Tabela 87 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 75.	106
Tabela 88 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 100.	106
Tabela 89 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 100.	107
Tabela 90 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 200.	107
Tabela 91 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 300.	107
Tabela 92 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 400.	107
Tabela 93 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 500.	108
Tabela 94 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 600.	108
Tabela 95 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 700.	108
Tabela 96 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 800.	108
Tabela 97 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 900.	109
Tabela 98 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 1000.	109
Tabela 99 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 5000.	109
Tabela 100 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 10000.	109
Tabela 101 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 100.	110
Tabela 102 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 200.	110
Tabela 103 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 300.	110
Tabela 104 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 400.	110
Tabela 105 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 500.	111
Tabela 106 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 600.	111
Tabela 107 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 700.	111
Tabela 108 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 800.	111
Tabela 109 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 900.	112
Tabela 110 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 1000.	112
Tabela 111 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 5000.	112
Tabela 112 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 10000.	112
Tabela 113 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 100.	113

Tabela 114–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 200.	113
Tabela 115–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 300.	113
Tabela 116–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 400.	113
Tabela 117–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 500.	114
Tabela 118–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 600.	114
Tabela 119–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 700.	114
Tabela 120–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 800.	114
Tabela 121–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 900.	115
Tabela 122–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 1000.	115
Tabela 123–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 5000.	115
Tabela 124–GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 10000.	115
Tabela 125–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 100.	116
Tabela 126–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 200.	116
Tabela 127–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 300.	116
Tabela 128–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 400.	116
Tabela 129–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 500.	117
Tabela 130–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 600.	117
Tabela 131–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 700.	117
Tabela 132–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 800.	117
Tabela 133–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 900.	118
Tabela 134–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 1000.	118
Tabela 135–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 5000.	118
Tabela 136–GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 10000.	118
Tabela 137–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 100.	119
Tabela 138–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 200.	119
Tabela 139–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 300.	119
Tabela 140–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 400.	119
Tabela 141–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 500.	120
Tabela 142–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 600.	120
Tabela 143–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 700.	120
Tabela 144–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 800.	120
Tabela 145–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 900.	121
Tabela 146–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 1000.	121
Tabela 147–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 5000.	121
Tabela 148–GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 10000.	121
Tabela 149–ILS: ciclo = 100.	122
Tabela 150–ILS: ciclo = 200.	122
Tabela 151–ILS: ciclo = 300.	122
Tabela 152–ILS: ciclo = 400.	122

Tabela 153–ILS: ciclo = 500.	123
Tabela 154–ILS: ciclo = 600.	123
Tabela 155–ILS: ciclo = 700.	123
Tabela 156–ILS: ciclo = 800.	123
Tabela 157–ILS: ciclo = 900.	124
Tabela 158–ILS: ciclo = 1000.	124
Tabela 159–ILS: ciclo = 5000.	124
Tabela 160–ILS: ciclo = 10000.	124

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG	Algoritmo Genético
AM	Algoritmo Memético
BPM	Batalhão de Polícia Militar
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
ILS	<i>Iterated Local Search</i>
NP	<i>Non-deterministic Polynomial</i>
OC	Otimização Combinatória
PO	Pesquisa Operacional
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PCVG	Problema do Caixeiro Viajante com Grupamentos
PCVPGP	Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades
PO	Pesquisa Operacional
PPE	Problema da Patrulha Escolar
PPM	Problema das p-Medianas
RN	Rio Grande do Norte

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	MOTIVAÇÃO	17
1.2	OBJETIVOS	19
1.2.1	Objetivo Geral	19
1.2.2	Objetivos Específicos	19
1.3	PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	20
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	20
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	22
2.1	OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA	22
2.2	O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE	24
2.2.1	O Problema do Caixeiro Viajante com Grupamentos	26
2.3	O PROBLEMA DAS P-MEDIANAS	28
2.4	METAHEURÍSTICAS	30
2.4.1	Algoritmo Genético	32
2.4.2	Algoritmo Memético	34
2.4.3	GRASP	35
2.4.4	ILS	37
3	O PROBLEMA DA PATRULHA ESCOLAR	39
3.1	PATRULHA ESCOLAR	39
3.2	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	39
3.2.1	O Caso de Mossoró/RN	40
3.3	MODELAGEM MATEMÁTICA	42
3.4	ABORDAGEM PROPOSTA	44
3.5	TRABALHOS RELACIONADOS	53
4	EXPERIMENTOS E RESULTADOS	54
4.1	METODOLOGIA	54
4.2	INSTÂNCIAS E SEUS PARÂMETROS	56
4.3	OPERADORES	57
4.4	CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS	58
4.5	ALGORITMO GENÉTICO	59
4.5.1	Resultado: o caso de Mossoró/RN	61
4.6	ALGORITMO MEMÉTICO	63
4.6.1	Resultado: o caso de Mossoró/RN	63

4.7	GRASP	66
4.7.1	Resultado: o caso de Mossoró/RN	66
4.8	ILS	68
4.8.1	Resultado: o caso de Mossoró/RN	68
4.9	ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS	69
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	73
5.1	CONCLUSÕES	73
5.2	PERSPECTIVAS	75
	REFERÊNCIAS	76
	 APÊNDICES	 83
	APÊNDICE A – PRODUÇÃO CIENTÍFICA	84
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO	85
	APÊNDICE C – MATRIZ DE CUSTO	86
	APÊNDICE D – MELHORES RESULTADOS	87
	APÊNDICE E – EXPERIMENTOS AG	89
	APÊNDICE F – EXPERIMENTOS AM 20%	95
	APÊNDICE G – EXPERIMENTOS AM 40%	101
	APÊNDICE H – EXPERIMENTOS GRASP	107
	APÊNDICE I – EXPERIMENTOS ILS	122

1 INTRODUÇÃO

O Problema da Patrulha Escolar (PPE) é uma abstração de uma situação real, comum a vários estados brasileiros, cujo objetivo consiste em otimizar e definir rotas policiais (preventivas), de forma a maximizar a cobertura ou vigilância territorial de um conjunto de escolas na tentativa de minimizar o índice da violência escolar¹. A este problema se relaciona uma lista de problemas clássicos do campo de Otimização Combinatória (OC), tais como Problemas de Roteamento de Veículos (DANTZIG; RAMSER, 1959; REINELT, 1994) e de Localização (GIANNAKOS, 2013; AHMADI-JAVID; SEYEDI; SYAM, 2017).

Em OC, bem como nas áreas correlatas de Pesquisa Operacional (PO), Ciência da Computação, Engenharias e outras, muitos modelos de problemas com aplicações práticas tem surgido em decorrência ao avanço tecnológico e evolução computacional, no sentido da capacidade de processamento e armazenamento. Esses modelos de problemas, quase sempre, representam ou tentam representar abstrações de eventos recorrentes em diferentes setores, principalmente do setor industrial. Neste sentido, pesquisadores estão estritamente concentrados em modelar e formular (matematicamente) problemas, bem como desenvolver métodos de solução eficientes, visto que, em sua grande maioria, esses problemas são combinatórios e consideram um conjunto finito de possíveis soluções (ALAZZAM; III, 2013; GOLDBARG; GOUVEIA GOLDBARG; LUNA, 2016; TANDABANI et al., 2016).

Dentro de uma perspectiva convencional, para resolução de problemas de otimização combinatória é comum a utilização dos métodos exato e aproximativo². Nas últimas décadas, com ampla discussão entre pesquisadores, estão explorando e desenvolvendo também, de modo estratégico e colaborativo, técnicas híbridas (ou simplesmente, o método híbrido), onde acredita-se na sinergia dos dois métodos tradicionais, ou ainda, na combinação de diferentes técnicas aproximativas.

Se tratando da abordagem exata, e diante à óptica de que os problemas de otimização combinatória em sua grande parte pertencem ao conjunto (ou classe) de problemas NP-Difícil (veja, por exemplo, a classificação do Problema do Caixeiro Viajante

¹ A violência escolar, conforme Seixas (2012), é caracterizada por atos ilegais que abrangem a comunidade escolar.

² É comum encontrar na literatura distinções entre algoritmos aproximativos e (meta)heurísticas, como visto em Talbi (2009) e Sörensen (2015). Os dois autores, dizem que nos algoritmos aproximativos existe uma garantia sobre o limite de uma solução obtida em razão da solução globalmente ótima, isto é, existe um fator que calcula o quão próximo a solução está do ótimo global. Esta garantia não existe nas (meta)heurísticas (TALBI, 2009). Contudo, este trabalho trata o método aproximativo como sendo uma generalização dos algoritmos aproximativos e (meta)heurísticas, cuja ideia básica se baseia na existência e desenvolvimento de técnicas computacionais não determinísticas.

- PCV e algumas de suas variantes nos trabalhos de Karp (1972), Garey e Johnson (1979) e Gutin e Punnen (2007)), perdura ainda o dilema de desenvolver algoritmos capazes de encontrar otimamente soluções em tempo polinomial. Esta teoria, relacionada a complexidade de resolução dos problemas de otimização combinatória, é corroborada por Moscato (2001), em sua tese, onde o mesmo apresenta um estudo abrangente a respeito da classe NP e, cita pontos historicamente importantes, tais como a suposição fundamental pela comunidade científica que $P \neq NP$, bem como da impossibilidade de se resolver otimamente um problema de otimização NP-Completo. Além disso, Moscato (2001) discute sobre técnicas aproximativas como uma alternativa ao método exato.

Algoritmos exatos apresentam-se como sendo ineficientes para resolver uma vasta gama de problemas de otimização combinatória em tempo polinomial. Este fato, fez com que pesquisadores direcionassem a atenção ao método aproximativo, o que culminou no desenvolvimento de várias metaheurísticas nos últimos anos (BOUSSAÏD; LEPAGNOT; SIARRY, 2013). De modo sucinto, metaheurísticas são métodos aproximativos de alto nível, constituídas de diferentes técnicas computacionais (heurísticas), com o objetivo de gerar uma estratégia robusta capaz de explorar eficientemente o espaço de busca (BLUM; ROLI, 2003). Esta abordagem não garante encontrar otimamente a solução, contudo, têm se mostrado promissora em várias aplicações de caráter combinatório. No decorrer do trabalho, em seções reservadas, exemplos de problemas de otimização combinatória e técnicas metaheurísticas serão apresentadas.

O presente trabalho estuda uma nova abordagem para o Problema da Patrulha Escolar e algoritmos de otimização combinatória, fazendo-se uso das metaheurísticas baseadas em trajetória (ou simples) e populacionais, tais quais cita-se o *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) (FEO; RESENDE, 1995), *Iterated Local Search* (ILS) (STÜTZLE, 1998), Algoritmo Genético (AG) (HOLLAND, 1975; GOLDBERG, 1989) e Algoritmo Memético (AM) (MOSCATO, 1989), respectivamente, para solucionar o problema em questão. A nova abordagem do PPE compreende um modelo matemático que pode também ser entendido como uma nova variante do Problema do Caixeiro Viajante, denominada de Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades (PCVPGP). A modelagem e formulação matemática do PPE (cita-se também o PCVPGP) foram elaboradas a partir da abstração de uma situação real contida em Mossoró, Rio Grande do Norte (RN).

1.1 MOTIVAÇÃO

Nota-se nas últimas décadas que muitos dos trabalhos de PO e OC são potencialmente desenvolvidos com o propósito maior de resolver problemas reais. Dentro desse contexto, pode-se citar ainda, que uma parcela destes trabalhos buscam gerar

modelos de aplicações cujo objetivo está diretamente ligado à questões (ou problemas) da sociedade, isto é, são trabalhos que de algum modo tentam trazer benefícios à população. A Tabela 1 corrobora a premissa listando alguns trabalhos para exemplificar e mostrar aplicações notadas na literatura que almejam contribuições de caráter social e científico.

Tabela 1 – Referências e características de trabalhos com modelos de aplicações em problemas reais.

Referência	Descrição do Problema/Proposta
Toregas et al. (1971)	Problema de localização de facilidades para instalação de serviços de emergência, como instalação de estações de bombeiros.
Revelle (1987)	Proposta de um modelo abrangente para o problema de localização de instalações no setor público, com o propósito geral de aplicações em sistemas de emergência, localização de ambulâncias e pontos estratégicos contra incêndios.
Álvarez et al. (2010)	Proposta de um algoritmo para otimização do nível de serviço ofertado pelo transporte público urbano. Aplicação validada (e utilizada) em um cenário real na cidade de Burgos, Espanha.
Curtin, Hayslett-McCall e Qiu (2010)	Proposta de modelos de otimização para determinar otimamente áreas, com cobertura máxima, de patrulha policial. Também é parte da proposta, integrar este modelo a um Sistema de Informação Geográfico, o qual é utilizado pela Polícia.
Kuo, Zulvia e Suryadi (2012)	Proposta de uma metaheurística híbrida para resolução do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados com Demanda Difusa, com aplicação em um estudo de caso na cidade de Palembang, Indonésia, visando otimizar a coleta de lixo.
Goerigk, Hamacher e Kinscherff (2018)	Proposta de uma nova abordagem para problemas de otimização combinatória incertos, com demonstração de aplicação em planejamento de evacuação em um cenário de inundação de um rio na cidade de Kulmbach, Alemanha.
Chen, Thill e Delmelle (2018)	Proposta de um sistema de suporte à decisão, chamado iGLASS (do inglês, <i>interactive Graphical Location-Allocation System for Schools</i>), para o problema de localização e alocação de escolas (públicas) e alunos, respectivamente.

Uma característica interessante dos problemas convenientes aos campos de PO e OC, e ao mesmo tempo complexa e necessária, é que esses estão em constantes mudanças. Este fator dá a garantia de evolução dos problemas de otimização combinatória e impulsiona o crescimento desta área de estudo. Além disso, é o que permite o surgimento de derivações ou variantes de novos problemas e de várias técnicas de solução. Nesta perspectiva, é pertinente às pesquisas de PO e OC: (i) modelar problemas e construir formulações matemáticas ou modelos matemáticos de tal forma à criar, precisamente, por meio de um conjunto de equações matemáticas, uma representação do problema;

(ii) desenvolver métodos e técnicas inteligentes de solução para tais problemas, os quais são, em sua grande maioria, caracterizados pela alta complexidade computacional e ditos pertencentes a classe NP-Difícil; (iii) e por último, realizar experimentos para validar os itens i e ii, bem como fornecer uma (primeira) solução ou um limite inferior (ou superior - pelo método exato) para o problema.

Resumidamente, três aspectos relevantes motivam o desenvolvimento deste estudo:

- (a) apresentar uma variante ainda não descrita na literatura, a qual pode ser generalizada para outras aplicações práticas além do Problema da Patrulha Escolar;
- (b) apresentar uma abordagem metaheurística dinâmica para solucionar o PPE/PCVPGP;
- (c) possibilidade real de aplicação do PPE/PCVPGP no Brasil, com indicativos prévios de contribuições nos contextos científico, operacional e social. Neste último, abordando questões relacionadas diretamente à segurança e educação, e indiretamente à saúde (ALVES, 2015; ROSA, 2012).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Apresentar uma nova abordagem para o Problema da Patrulha Escolar e desenvolver um estudo algorítmico, através da implementação, aplicação e análise investigatória de metaheurísticas populacionais e de trajetória (solução única), para fornecer uma solução otimizada para o problema.

1.2.2 Objetivos Específicos

1. Revisar na literatura as versões do Problema da Patrulha Escolar, ou problemas correlatos, e sua compatibilidade com os demais programas de patrulha ou ronda escolar;
2. Formalizar um problema ainda não descrito na literatura, denominado de Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamento e Prioridade;
3. Implementar algoritmos metaheurísticos para solucionar o caso real da Patrulha Escolar de Mossoró/RN e avaliá-los através da comparação entre a abordagem proposta e o estudo de caso (que faz referencia aos custos reais);

4. Investigar o comportamento das metaheurísticas baseadas em população e trajetória frente ao problema objeto de estudo e instâncias geradas para testes.

1.3 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Quanto ao aspecto teórico, no campo de otimização combinatória novos problemas surgem com o objetivo de criar modelos, através da modelagem e formalização do problema, e desenvolver meios viáveis que busquem respostas úteis para tal (isto é, para aplicações práticas do mundo real). Esta é uma área de estudo que permite, dentro de um mesmo contexto, a realização de diferentes pesquisas, as quais podem estar relacionadas a técnicas computacionais, problemas de otimização combinatória (novos, adaptações e/ou correções) e métodos de solução. Dentro desta perspectiva, as principais contribuições científicas alcançadas com este trabalho são:

- Fornecimento de uma nova variante pertinente a classe dos problemas de otimização combinatória NP-Difícil;
- Resolução eficiente através do método aproximativo via a aplicação de quatro técnicas computacionais metaheurísticas;
- Fornecimento de uma nova instância do problema real (Apêndice C) e três derivações para testes.

Quanto ao aspecto prático, a otimização do problema real objeto de estudo deve apresentar contribuições significativas nos vieses operacional e social. Espera-se:

- Redução dos custos relacionados aos deslocamentos dos transportes;
- Maior cobertura policial às Escolas da Cidade de Mossoró/RN, bem como a possibilidade de estender a outras cidades;
- Reduzir o índice da violência escolar.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta dissertação está organizada como segue: o Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica, abrangendo conceitos de otimização combinatória, problemas de otimização combinatória (PCV, PCVG e p-Mediana) e metaheurísticas; o Capítulo 3 é dedicado à definição do Problema da Patrulha Escolar, em associação a nova variante, à apresentação do estudo de caso, modelo matemático e abordagem proposta para resolver o problema; no Capítulo 4, apresentam-se quatro metaheurísticas propostas para

resolver o problema estudado e, além disso, à discussão dos resultados dos experimentos computacionais; por último, o Capítulo 5 apresenta as conclusões e as perspectivas para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo reúne conceitos preliminares essenciais para a compreensão teórica/formal do problema a ser tratado (a saber, Problema da Patrulha Escolar e no modo generalizado Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades) e, posteriormente, para construção e desenvolvimento do propósito geral deste trabalho. Apresenta-se uma visão geral sobre otimização combinatória e é descrito alguns exemplos desta classe de problemas. Na sequência, a técnica mais comumente utilizada para resolução de problemas combinatórios, denominada de metaheurísticas, também será apresentada.

2.1 OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA

O termo otimização combinatória apresenta-se, baseado em estudos mais precisamente das últimas quatro décadas, como uma subárea emergente dos campos de pesquisa operacional e ciência da computação. Em linhas gerais, a OC consiste em buscar métodos e técnicas eficientes para maximizar ou minimizar um (ou vários) objetivo(s) sobre um domínio. Em OC, este domínio é tipicamente finito e, a ele associa-se uma larga lista de possibilidades de solução, bem como uma relação de critérios (ou condições) que, ao término do processo de otimização, devem ser satisfeitos (GRÖTSCHEL; LOVÁSZ, 1995; SCHRIJVER, 2003).

Existem muitos problemas práticos e teóricos de natureza combinatória. Grande parte desses problemas, surgem especialmente na indústria e academia. São exemplos de problemas em OC (LACHTERMACHER, 2016; GOLDBARG; GOUVEIA GOLDBARG; LUNA, 2016; GONÇALVES; RESENDE, 2011; LIMA JÚNIOR, 2009):

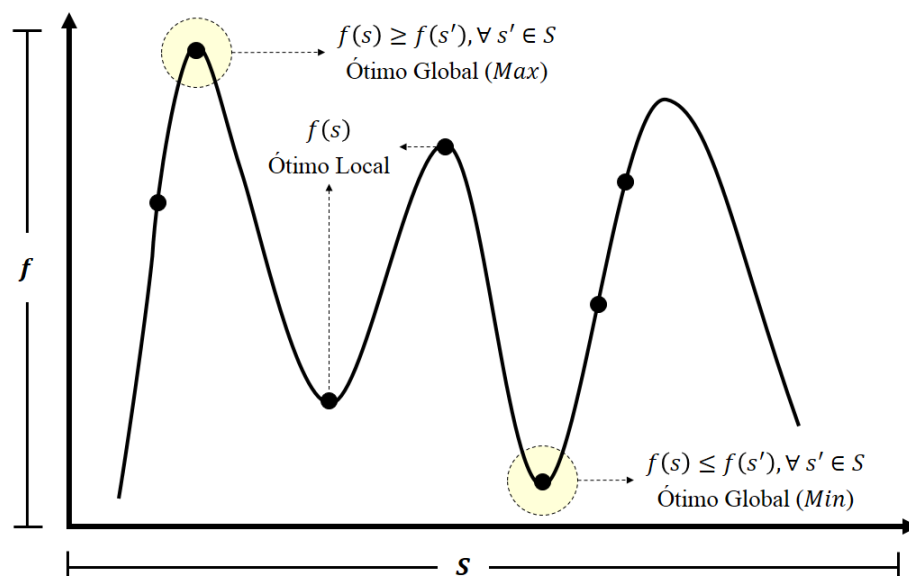
- Roteamento (de transportes em geral);
- Escalonamento/Agendamento (de funcionários, aulas, cirurgias, tarefas e serviços);
- Alocação (de salas e horários em escolas, pessoal e recursos);
- Localização (de centros de distribuição, postos policiais e de pronto socorro, depósitos e torres/antenas);
- Produção e Estoque (planejamento de produção, fabricação de produtos, cortes e empacotamento).

De acordo com Blum e Roli (2008), um problema de otimização P pode ser descrito como uma tripla (S, Ω, f) , onde:

1. S é o espaço de busca definido sobre um domínio, o qual é constituído por um conjunto finito de variáveis de decisão $X_i, i = 1, \dots, n$. Nos casos onde essas variáveis pertencem a domínios discretos, o problema é dito de otimização discreta (ou OC) e, nos casos de domínios contínuos, P é chamado de problema de otimização contínua. Também é possível haver casos onde as variáveis são mistas;
2. Ω é um conjunto de restrições entre as variáveis;
3. $f : S \rightarrow \mathbb{R}^+$ é a função objetivo que atribui um valor de custo positivo para cada elemento (ou solução) de S .

Formalmente, o objetivo da otimização em um problema combinatório é encontrar uma solução $s \in S$ tal que: (i) $f(s) \leq f(s'), \forall s' \in S$ para o caso onde deseja-se minimizar (Min) a função objetivo; ou, (ii) $f(s) \geq f(s'), \forall s' \in S$ para o caso onde pretende-se maximizar (Max) a função objetivo (BLUM; ROLI, 2008). A Figura 1, considerando ambos os casos supracitados, ilustra graficamente sobre o plano cartesiano (unidimensional) o comportamento da busca para encontrar o ótimo global, isto é, encontrar a melhor solução possível para o problema. Ainda na Figura 1, é visto também a existência de possíveis ótimos locais. Um ótimo local é uma solução “próxima” do ótimo global que, em alguns casos reais, pode ser representativa.

Figura 1 – Ilustração do Ótimo Global e Local.



Fonte: Autoria própria.

Os problemas combinatórios são caracterizados pela alta complexidade computacional, haja vista a magnitude (ou tamanho) das instâncias dos problemas³. Este fato converge para o viés da intratabilidade, descrito por exemplo, em Garey e Johnson (1979) e Talbi (2009). De antemão, acredita-se que um problema é dito computacionalmente intratável se não existir, comprovadamente, algoritmos capazes de resolvê-lo em tempo polinomial, e tratável caso contrário. Esta conjectura é até então amplamente aceita por pesquisadores e, pode ser corroborada nos argumentos apresentados por Garey e Johnson (1979), onde os autores pressupõem que, provar a intratabilidade intrínseca de um problema é tão difícil quanto encontrar um algoritmo eficiente que possa resolvê-lo. Apesar disso, Karp (1972) e Garey e Johnson (1979), provam a complexidade e intratabilidade de vários problemas clássicos da literatura, como por exemplo o próprio Problema do Caixeiro Viajante, o que acaba assegurando a dificuldade de resolução (computacionalmente) de uma vasta gama de problemas atuais.

2.2 O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

Dentre os diversos problemas combinatórios, o Problema do Caixeiro Viajante é notado como um dos mais importantes e mais bem difundido na literatura. Este fato é evidenciado desde o seu pseudo-surgimento, entre 1931 e 1934 por Hassler Whitney na *Princeton University*, até os dias atuais (DANTZIG; FULKERSON; JOHNSON, 1954).

O PCV consiste em determinar o Ciclo Hamiltoniano de menor custo, onde, o objetivo é visitar um conjunto de pontos constantes, descrito como um grafo $G = (N, A)$, onde $N = \{1, \dots, n\}$ representa o conjunto de vértices (nós ou pontos) e $A = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de arestas (ou conexões entre os vértices), de modo que o ciclo de visitas inicie e termine em um mesmo ponto (vértice de origem) visitando todos os demais pontos sem deixar de visitar e sem repetir visitas.

A formulação matemática para o PCV listada a seguir, é baseada no modelo apresentado por (DANTZIG; FULKERSON; JOHNSON, 1954), a qual é considerada por muitos pesquisadores como a mais utilizada dentre várias outras formulações existentes. Algumas notações são apresentadas de forma antecipada para melhor compreender a formulação.

- N : conjunto de vértices;
- S : um subgrafo de G ;
- $|S|$: cardinalidade do subgrafo de G ;

³ Um problema é constituído por: (i) descrição geral dos seus parâmetros e, (ii) descrição das propriedades necessárias para que o problema seja satisfeito. A instância de um problema é a especificação de todos os valores dos parâmetros do problema (GAREY; JOHNSON, 1979).

- i, j : índices dos vértices, $i, j = \{1, \dots, N\}$;
- c_{ij} : variável de custo para se transpor os vértices i e j ;
- x_{ij} : variável booleana equivalente a $\begin{cases} 1 & , \text{ se uma aresta } (i, j) \text{ é selecionada,} \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$.

O modelo do PCV pode ser formulado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2.3)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S|-1 \quad \forall S \subset N \quad (2.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (2.5)$$

onde, a Equação 2.1 refere-se a função objetivo do PCV, a qual define a minimização do custo total do Ciclo Hamiltoniano (ou caminho). As Equações 2.2 e 2.3, são restrições para assegurar que, cada vértice i só deve sair para um único vértice j e para cada vértice j há uma única origem em i , isto é, garante que cada vértice é visitado uma única vez. Quanto a Equação 2.4, refere-se a restrição que determina a eliminação dos ciclos pré-hamiltonianos⁴, ou seja, proíbe a formação de subrotas. Como já visto, a Equação 2.5 é a restrição para determinar que as variáveis sejam binárias (GOLDBARG; GOUVEIA GOLDBARG; LUNA, 2016; FERNANDES, 2016).

Indiscutivelmente, o PCV tem grande importância prática e teórica. Seu aspecto teórico, a partir do seu modelo, possibilita a modelagem de diversos problemas reais e, de forma conseguinte, permite gerar aplicações práticas úteis. O modelo do PCV está presente em uma vasta e significativa lista de outros problemas de otimização, como os destacados na Tabela 2 e como o qual este trabalho aborda.

⁴ Ciclos que não repetem os vértices visitados, todavia, não visitam todos os vértices do grafo.

Tabela 2 – Referências e problemas correlatos ao PCV.

Referência	Variante
Dantzig e Ramser (1959)	O Problema de Roteamento de Veículos
Chisman (1975)	O PCV com Grupamentos
Christofides e Beasley (1984)	O Problema de Roteamento Periódico
Kalantari, Hill e Arora (1985)	O PCV com <i>Backhauls</i>
Balas (1989)	O PCV com Coleta de Prêmios
Dumas et al. (1995)	O PCV com Janela de Tempo
Asconavieta, Goldberg e Goldberg (2011)	O Problema do Caixeiro Alugador

Devido a característica apontada por Karp (1972) e Garey e Johnson (1979), onde os quais classificam e consideram o PCV como pertencente a classe NP-Difícil e ser um problema intratável, respectivamente, o PCV é extensivamente utilizado em estudos e pesquisas para testes de técnicas e métodos de resolução em OC. Dada a importância deste problema, a Tabela 3 lista referências clássicas e de impacto que dissertam sobre o PCV. Em outras seções ao longo do trabalho, algumas técnicas de resolução serão apresentadas.

Tabela 3 – Referências clássicas do PCV.

Referência	Título do Trabalho
Dantzig, Fulkerson e Johnson (1954)	<i>Solution of a Large Scale Traveling Salesman Problem</i>
Bellmore e Nemhauser (1968)	<i>The Traveling Salesman Problem: A Survey</i>
Lawler et al. (1985)	<i>The Traveling Salesman Problem</i>
Langevin, Soumis e Desrosiers (1990)	<i>Classification of Travelling Salesman Problem Formulations</i>
Laporte (1992)	<i>The Traveling Salesman Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms</i>
Reinelt (1994)	<i>The Traveling Salesman: Computational Solutions for TSP Applications</i>
Johnson e McGeoch (1997)	<i>The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization</i>
Gutin e Punnen (2007)	<i>The Traveling Salesman Problem and Its Variations</i>
Applegate et al. (2007)	<i>The Traveling Salesman Problem: A Computational Study</i>

2.2.1 O Problema do Caixeiro Viajante com Grupamentos

O Problema do Caixeiro Viajante com Grupamentos (PCVG) é um caso especial do PCV, onde os vértices estão dispostos ou particionados em grupos. No PCVG, quando o caixeiro visita um determinado vértice de um grupo, deve visitar também todos os

demais vértices, de forma contígua, contidos naquele mesmo grupo e, após os visitar, deve continuar sua rota (CHISMAN, 1975; MESTRIA, 2016).

O primeiro trabalho que menciona o PCVG, surgiu em decorrência do estudo de um problema prático do mundo real, desenvolvido e descrito por Chisman (1975). O PCVG admite o próprio PCV, logo, pode-se afirmar ser um problema NP-Difícil.

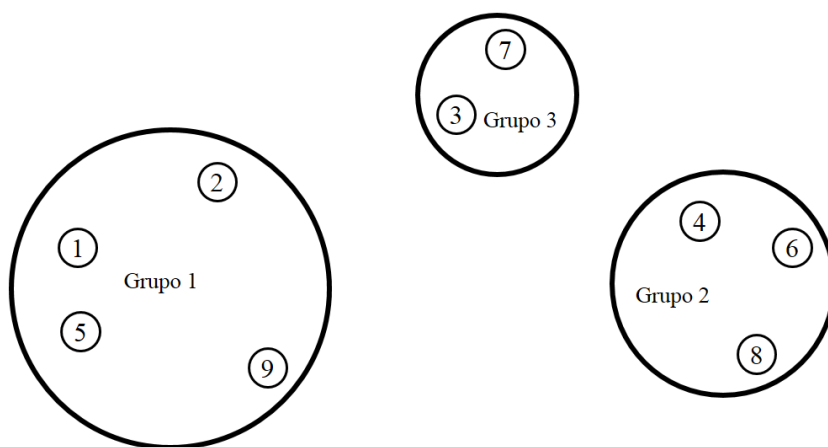
Formalmente, de acordo com Laporte e Palekar (2002) e Mestria (2016), o PCVG é descrito como um grafo $G = (N, A)$, onde $N = \{1, \dots, n\}$ representa o conjunto de vértices (nós ou pontos) e $A = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de arestas (ou conexões entre os vértices). O que o distingue do PCV, é que o conjunto de vértices N é particionado em m grupos N_1, \dots, N_m , onde $N = \bigcup_{i=1}^m N_i, \forall i$ e $N_i \cap N_j = \emptyset, \forall i, j, i \neq j$. O PCVG consiste em determinar o Ciclo Hamiltoniano de menor custo, de forma que os vértices de cada grupo são visitados contiguamente (LAPORTE; PALEKAR, 2002).

O PCVG, em um caso especial, pode se tornar um PCV em sua forma clássica. Este fado deve ocorrer se todos os grupos são simples, com apenas um vértice em cada (LAPORTE; PALEKAR, 2002).

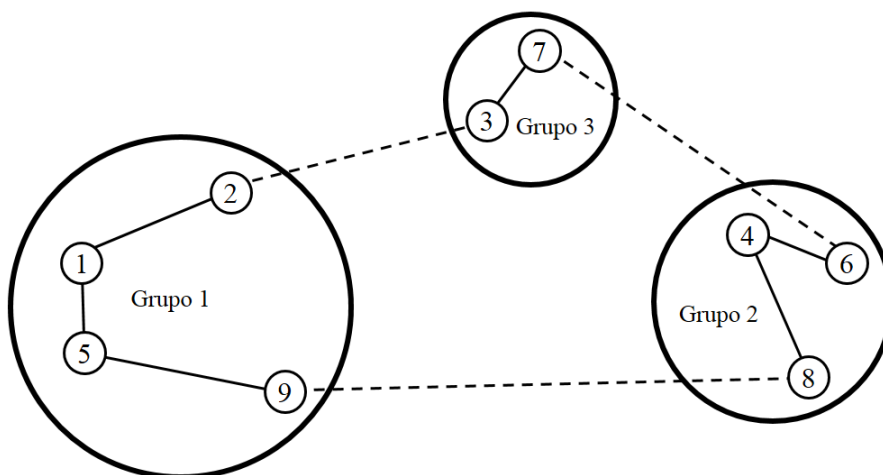
Segundo Chisman (1975), a formulação do PCVG é a mesma do PCV, conforme as Equações 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5, adicionando apenas mais uma restrição, a qual determina que o caminho através de um grupo é contíguo e a ligação entres os grupos é feita no início e no final do caminho. A Figura 2 mostra uma possível solução viável (Figura 2b) para um determinado exemplo (Figura 2a), onde as linhas cheias representam as arestas entre os vértices de um grupo, com visita contígua, e as linhas tracejadas mostram as ligações entre os grupos.

Figura 2 – Representação gráfica de uma solução viável do PCVG

(a) Exemplo de um PCVG



(b) Solução viável para o PCVG



Fonte: Adaptado Mestria (2016).

2.3 O PROBLEMA DAS P-MEDIANAS

Proposto por Hakimi (1964) e Hakimi (1965), o Problema das p-Medianas (PPM) é um dos mais conhecidos e estudados problemas de localização de facilidades. É um modelo comumente utilizado para encontrar a localização ideal de centros em uma rede de pontos (ou grafo) pertencentes a um domínio (HAKIMI, 1964). Sua aplicação se estende a vários problemas práticos reais, tais como determinar a melhor localização de delegacias, escolas, unidades de saúde, depósitos, armazéns, fábricas, entre outros.

Conforme Dantrakul, Likasiri e Pongvuthithum (2014), o PPM objetiva determinar a localização de p facilidades (ou medianas) e seus respectivos pontos de demanda (ou clientes), de tal forma que a soma total do custo entre as facilidades e os pontos

designados sejam minimizados. Comumente, o custo entre as medianas e os pontos de demanda está associado a distância de transposição. Esse é um problema combinatório classificado como NP-Difícil por Garey e Johnson (1990).

Formalmente, a formulação clássica do PPM é definida como segue. Antes, algumas notações são introduzidas para formular o modelo matemático (ALMEIDA, 2014):

- $G = (N, A)$: denota um grafo, onde $N = \{1, \dots, n\}$ representa o conjunto de vértices (nós ou pontos) e $A = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de arestas (ou conexões entre os vértices);
- F : denota um conjunto de $m \in N$ vértices potencialmente candidatos à abertura de uma facilidade ou mediana. $F \subset N$ e $m = |F|$;
- U : denota um conjunto de $n \in N$ vértices clientes. $U \subset N$ e $n = |U|$;
- p : denota o número de facilidades que devem ser instaladas. $p \leq m$;
- i, j : denota os índices dos vértices clientes $i, i = \{1, \dots, n\}$, e facilidades $j, j = \{1, \dots, m\}$;
- d_{ij} : variável de custo para se transpor os vértices clientes $i \in U$ aos vértices facilidades $j \in F$;
- x_{ij} : variável booleana equivalente a $\begin{cases} 1 & , \text{ se o cliente } i \text{ é designado à facilidade } j, \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$
- y_j variável booleana equivalente a $\begin{cases} 1 & , \text{ se uma facilidade é alocada em } j, \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$

O modelo do PPM pode ser formulado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m d_{ij} x_{ij} \quad (2.6)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad \forall i \in U \quad (2.7)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in U, \forall j \in F \quad (2.8)$$

$$\sum_{j=1}^m y_j = p \quad (2.9)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i \in U, \forall j \in F \quad (2.10)$$

onde, a Equação 2.6 indica a função objetivo do PPM, a qual minimiza a distância total de atribuição de clientes às facilidades. As restrições são referidas pelas seguintes Equações: 2.7, responsável por assegurar que cada vértice cliente deverá ser associado a exatamente uma facilidade; 2.8, impossibilita a designação de um vértice cliente para uma facilidade se esta ainda não for alocada; 2.9, assegura que a solução do PPM deverá ter exatamente p facilidades; e, 2.10, determina que as variáveis sejam binárias, como visto nas notações.

2.4 METAHEURÍSTICAS

Diante das características dos problemas combinatórios e frente a complexidade de resolução dessa classe de problemas através de algoritmos exatos, surge então a otimização por metaheurísticas. O termo metaheurística, geralmente, refere-se a algoritmos aproximativos que não são desenvolvidos tão somente para um problema específico, isto é, geralmente é um modelo genérico de otimização (BLUM et al., 2011). Talbi (2009), afirma que as metaheurísticas são capazes de lidar com problemas de grande porte, oferecendo soluções satisfatórias em um tempo razoável.

Como já visto, metaheurísticas são métodos aproximativos de alto nível, constituídas de diferentes técnicas computacionais (heurísticas), com o objetivo de gerar uma estratégia robusta capaz de explorar eficientemente o espaço de busca (BLUM; ROLI, 2003). É uma abordagem que não garante encontrar otimamente a solução ideal, contudo, têm se mostrado eficiente e eficaz para resolver boa parte dos problemas combinatórios de grande e pequeno porte.

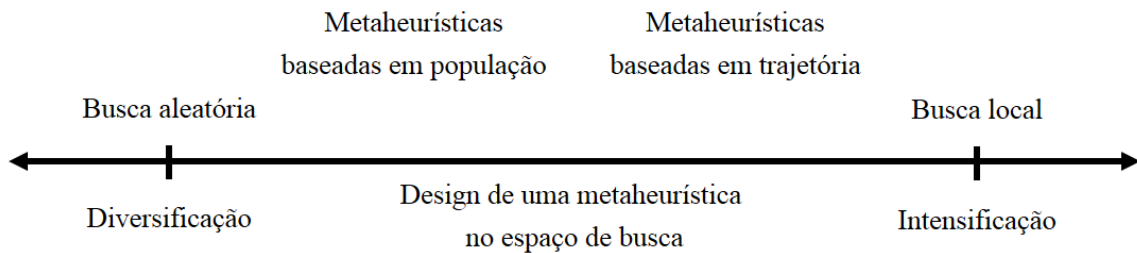
As metaheurísticas, geralmente, são classificadas em duas categorias principais: (i) métodos baseados em população e (ii) métodos baseados em trajetória (ou solução única) (BLUM; ROLI, 2003; BOUSSAÏD; LEPAGNOT; SIARRY, 2013). Há ainda o chamado método híbrido, que visa combinar ou incorporar diferentes técnicas tradicionais de otimização (BLUM et al., 2011; BAGHEL; AGRAWAL; SILAKARI, 2012).

O critério de busca (de orientação) distingue o método de trajetória do populacional. É o que desencadeia questionamentos no desenvolvimento das metaheurísticas, como por exemplo: o que é melhor, explorar⁵ ou explorar⁶? Nas metaheurísticas ainda perdura este dilema de exploração *versus* exploração. Na visão de Talbi (2009), há um conflito entre os métodos apresentados, como mostra a Figura 3. Entretanto, muito se discute nos dias atuais a respeito da concepção das metaheurísticas.

⁵ Diversificação da busca. Parte do princípio de que sempre pode haver outras regiões promissoras no espaço de busca, o que não permite prender a busca em uma única região.

⁶ Intensificação da busca. Parte do princípio de encontrar uma região promissora no espaço de busca e a partir dela aprofundar a busca de uma solução de alta qualidade.

Figura 3 – Dois critérios conflituosos na concepção de metaheurísticas: Exploração *versus* Explotação.



Fonte: Adaptado Talbi (2009).

As metaheurísticas baseadas em população buscam a convergência para uma solução de alta qualidade a partir de um conjunto finito de soluções factíveis. A ideia básica deste método é compartilhar, de forma explícita ou implícita, conteúdos de diferentes soluções para criar novas soluções (BAGHEL; AGRAWAL; SILAKARI, 2012).

São metaheurísticas populacionais de otimização mais conhecidas:

- Algoritmo Genético, por Holland (1975) e Goldberg (1989);
- Algoritmo Memético, por Moscato (1989);
- Colônia de Formigas, por Dorigo (1992);
- Enxame de Partículas, por Kennedy e Eberhart (1995);
- Colônia de Abelhas, por Teodorovic e Dell’Orco (2005) e Karaboga e Basturk (2007);
- Dentre outras.

O método metaheurístico de trajetória, o qual é baseado em solução única, busca a convergência para o ótimo global partindo de uma única solução inicial, executando modificações e procedimentos de aperfeiçoamento nesta mesma solução. Esta tarefa descreve uma trajetória no espaço de busca e, geralmente, a solução final está bem afastada da inicial (BOUSSAÏD; LEPAGNOT; SIARRY, 2013).

São as metaheurísticas de trajetória mais conhecidas:

- *Simulated Annealing*, por Kirkpatrick et al. (1983);
- Busca Tabu, por Glover (1986);
- *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*, por Feo e Resende (1995);
- Busca Local Guiada, por Voudouris e Tsang (1996);

- Busca em Vizinhança Variável, por Mladenović e Hansen (1997);
- *Iterated Local Search*, por Stützle (1998);
- Dentre outras.

Neste trabalho, é destacado duas metaheurísticas de cada método, as quais serão apresentadas nas seguintes seções e são também, parte do objeto de estudo proposto.

2.4.1 Algoritmo Genético

Os Algoritmos Genéticos são técnicas computacionais de busca inspiradas em uma analogia da natureza. É uma metaheurística baseada em população fundamentada na metáfora da teoria da evolução natural das espécies, declarada por Charles Darwin em 1859. Os trabalhos pioneiros utilizando AG, notados entre 1960 e 1975, são creditados à Holland (1975) e, posteriormente, à seu aluno Goldberg (1989), o qual popularizou o uso da técnica e que, desde então, têm sido aplicada com sucesso para resolução de diversos problemas combinatórios.

O princípio elementar para construção de um AG, baseia-se basicamente nos processos e mecanismos de seleção natural e dos operadores genéticos (reprodução e mutação). Esses processos e mecanismos, são os responsáveis pela preservação da lógica de sobrevivência dos indivíduos que melhor se adaptam ao problema, isto é, são procedimentos que asseguram a evolução e a convergência da solução (LINDEN, 2012). A concepção da terminologia das componentes de um AG é simples e pode ser observada na Tabela 4, elaborada para prover os conceitos básicos mais relevantes de um AG que fazem analogias à termos da natureza.

Tabela 4 – Linguagem computacional de um AG de forma análoga a da natureza

Natureza	AG
Cromossomo/Indivíduo	Solução viável do problema
População	Conjunto finito de soluções
Geração ou Época	Iteração do AG
<i>Fitness</i>	Valor associado a aptidão da solução
Gene	Parte ou componente da solução
<i>Crossover</i> /Cruzamento/Recombinação	Operador de busca
mutação	Operador de busca
Seleção natural	Seleção de soluções

Fonte: Goldberg, Gouveia Goldberg e Luna (2016), Fernandes (2016)

Para exemplificar o funcionamento de um AG, o Algoritmo 1 mostra a estrutura básica do modelo tradicional. Alguns parâmetros pertinentes são representados de forma comprimida por abreviações, a saber:

- *inst*: denota a instância do problema;
- *Pop*: denota a população de indivíduos;
- *tPop*: denota o tamanho da população de indivíduos;
- *pMut*: denota a porcentagem de mutação na população; e,
- *pCross*: denota a porcentagem de seleção de indivíduos para a reprodução.

Algoritmo 1: ALGORITMO GENÉTICO

Entrada: *inst, tPop, epoca, pMut, pCross*
Saída: Melhor solução da população: *S*

```

1 início
2   lerInstancia(inst)
3   Pop ← gerarPopulação(tPop)
4   Pop ← avaliarFitness(Pop)
5   para i = 0, ..., epoca faça
6     progenitores ← seleção(Pop, pCross)
7     Pop ← crossover(progenitores)
8     Pop ← mutação(Pop, pMut)
9     Pop ← avaliarFitness(Pop)
10    Pop ← seleção(Pop)           /* seleção natural-próxima geração */
11  fim
12 fim
13 retorna S

```

Neste modelo de AG, de forma sucinta, uma instância de um determinado domínio é reconhecida inicialmente e, logo após, uma população é gerada e avaliada. Na sequência, dar-se-á início ao ciclo evolucionário até que se atinja o critério de parada, neste caso, o número de gerações. Em cada ciclo, os seguintes processos são executados gradativamente: (i) selecionar uma parte dos indivíduos da população; (ii) combinar pares de indivíduos de modo que se reproduzam e gerem novas soluções (herdeiros); (iii) alterar características de alguns indivíduos da população, operando de forma direta no cromossomo; (iv) avaliar população; e, (v) decidir ou selecionar quais indivíduos permanecerão para próxima geração.

2.4.2 Algoritmo Memético

O Algoritmo Memético é visto, geralmente, como uma variação do AG. O AM é caracterizado por agregar em seu funcionamento mecanismos de refinamento ou aperfeiçoamento de solução. É também, como o AG, uma metaheurística baseada em população. Moscato (1989), autor dos primeiros algoritmos meméticos, atribui ao AM a metáfora da aprendizagem Lamarckiana, característica esta que o difere do AG. Essa concepção do AM, aplica o conceito da evolução cultural da humanidade, o que consiste em adaptar melhor um indivíduo através de um procedimento não-genético no ciclo evolucionário (ou fora dele) (REYNOLDS, 1994). Esse procedimento, geralmente, considera técnicas de busca local ou métodos de trajetória simples.

Uma estrutura algorítmica básica de um AM pode ser visto no Algoritmo 2. Seu funcionamento ocorre de forma parecida ao do AG (veja a Seção 2.4.1), distinguindo apenas pelo procedimento de busca local. A busca local pode ser inserida em diferentes locais no escopo do AG, por exemplo. Muitas vezes não convém refinar a população total, dessa forma, utiliza-se de um parâmetro, chamado neste trabalho de *pBL*, para aplicar a busca local em uma parcela da população.

Algoritmo 2: ALGORITMO MEMÉTICO

```

Entrada: inst, tPop, epoca, pMut, pCross, pBL
Saída: Melhor solução da população: S
1 início
2   lerInstancia(inst)
3   Pop ← gerarPopulação(tPop)
4   Pop ← avaliarFitness(Pop)
5   Pop ← buscaLocal(Pop, pBL) /* possibilidade de aperfeiçoamento */
6   para i = 0, ..., epoca faça
7     progenitores ← seleção(Pop, pCross)
8     Pop ← crossover(progenitores)
9     Pop ← mutação(Pop, pMut)
10    Pop ← avaliarFitness(Pop)
11    Pop ← buscaLocal(Pop, pBL) /* possibilidade de aperfeiçoamento */
12    Pop ← seleção(Pop) /* seleção natural-próxima geração */
13  fim
14 fim
15 retorna S

```

A busca local é uma técnica baseada em estrutura de vizinhança e é muito utilizada para intensificar a busca em regiões promissoras, o que conseqüentemente, deve melhorar a representatividade das soluções. A busca local 2-opt (CROES, 1958), representada pelo Algoritmo 3, é uma das estratégias mais conhecidas e mais utilizada para hibridização das metaheurísticas. As técnicas de busca local, geralmente, mostram

resultados positivos, principalmente quando usadas sinergicamente, combinando pontos fortes em heurísticas genéricas (LINDEN, 2012).

Algoritmo 3: BUSCA LOCAL 2-OPT

```

Entrada: Solução  $S$ 
Saída: Solução  $S^*$ 
1 início
2    $S^* \leftarrow S$ 
3   para  $i = 0, \dots, (S.size() - 1)$  faça
4     para  $j = (i + 1), \dots, (S.size() - 1)$  faça
5        $t \leftarrow S$  /*  $t$  é uma solução temporária */
6        $t[i] \leftarrow S[j]$ 
7        $t[j] \leftarrow S[i]$ 
8       se  $t$  for melhor que  $S$  então
9          $S^* \leftarrow t$ 
10      fim
11    fim
12  fim
13 fim
14 retorna  $S^*$  ;

```

2.4.3 GRASP

Baseada no método de trajetória, a técnica *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (FEO; RESENDE, 1995), ou simplesmente GRASP, é uma metaheurística *multi-start*⁷ para problemas otimização combinatória, formada basicamente por dois procedimentos (ou fases): construção e busca local (RESENDE; RIBEIRO, 2010).

As fases elementares do GRASP são repetidas dentro de um ciclo até atingir um determinado critério de parada preestabelecido. Os ciclos (ou iterações), conforme Lima Júnior (2009), acontecem de forma independentes, isto é, nenhuma iteração faz o uso de informações obtidas em iterações anteriores. O Algoritmo 4, ilustra o funcionamento do GRASP clássico.

A fase construtiva, a qual pode ser vista através do Algoritmo 5, é um processo iterativo que busca equilibrar a aleatoriedade e o comportamento guloso para construir uma solução viável. Para compreensão da fase construtiva, bem como do Algoritmo 5, é necessário entender as seguintes notações:

- *elemento(s)*: denota itens a compor uma solução (como exemplo: no PCV, os elementos são os vértices, ou seja, os pontos de visitas);

⁷ Resumidamente, *multi-start* é uma técnica iterativa simples de múltiplos reinícios, onde em cada iteração uma solução é construída e refinada.

- E : denota um conjunto discreto e finito de elementos;
- e : denota um elemento de E ($e \in E$);
- LC : denota uma Lista de Candidatos (LC). A LC é composta por elementos que ainda não foram incorporados à solução parcial. A cada iteração, é permitida uma adaptação dos elementos da LC, o que deve provocar uma mudança na ordem dos elementos candidatos;
- LRC : denota uma Lista Restrita de Candidatos (LRC). A LRC é formada pelos melhores candidatos da LC, isto é, formada pelos elementos mais apropriados e valorizados à incorporarem a solução naquela iteração; e,
- α : denota uma função que, sucintamente, controla a aleatoriedade e o comportamento guloso do procedimento de construção. Grosseiramente, determina o tamanho da LRC, isto é, quantos e quais elementos da LC irão compor a LRC e, posteriormente a solução;

Nesta fase, uma solução é construída de forma incremental, onde, a cada iteração um elemento aleatório da LRC é incorporado a solução parcial e, este processo se repete até que a LC não possua mais elementos.

A fase de busca local consiste em refinar a solução construída através da aplicação de alguma estratégia de aperfeiçoamento. Um exemplo de estratégia de busca local pode ser vista no Algoritmo 3, na Seção 2.4.2.

Algoritmo 4: *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure - GRASP*

Entrada: instância ($inst$), critério de parada ($cParada$)

Saída: Solução S^*

```

1 início
2   lerInstancia( $inst$ )
3    $S^* \leftarrow \infty$ 
4   enquanto  $cParada$  não satisfeito faça
5        $S \leftarrow$  gulosoAleatório(.)           /* fase de construção */
6        $S \leftarrow$  buscaLocal( $S$ )           /* fase de refinamento */
7       se  $S$  for melhor que  $S^*$  então
8            $S^* \leftarrow S$ 
9       fim
10  fim
11 fim
12 retorna  $S^*$  ;

```

Algoritmo 5: GULOSO ALEATÓRIO

Entrada: α, E
Saída: Solução S^*

```

1 início
2    $S^* \leftarrow \emptyset$ 
3    $LC \leftarrow E$ 
4    $LRC \leftarrow \emptyset$ 
5   enquanto  $LC \neq \emptyset$  faça
6      $LC \leftarrow ordenar(LC)$ 
7      $LRC \leftarrow construirLRC(LC, \alpha)$ 
8      $e \leftarrow elementoAleatório(LRC)$ 
9      $S^* \leftarrow S^* \cup e$ 
10     $LC \leftarrow removerElemento(LC, e)$ 
11  fim
12 fim
13 retorna  $S^*$ ;

```

2.4.4 ILS

Proposta por Stützle (1998), a metaheurística *Iterated Local Search*, chamada também de busca local iterada ou ILS, é um método de busca local baseado em trajetória que, através de perturbações em ótimos locais, objetiva encontrar melhores soluções explorando de forma eficiente o espaço de busca. O procedimento de obter novas soluções é realizado de forma iterativa e sequencial. A ilustração do funcionamento do algoritmo ILS é visto no Algoritmo 6 (LOURENÇO; MARTIN; STÜTZLE, 2010).

Algoritmo 6: Iterated Local Search - ILS

Entrada: instância ($inst$), critério de parada ($cParada$)
Saída: Solução S^*

```

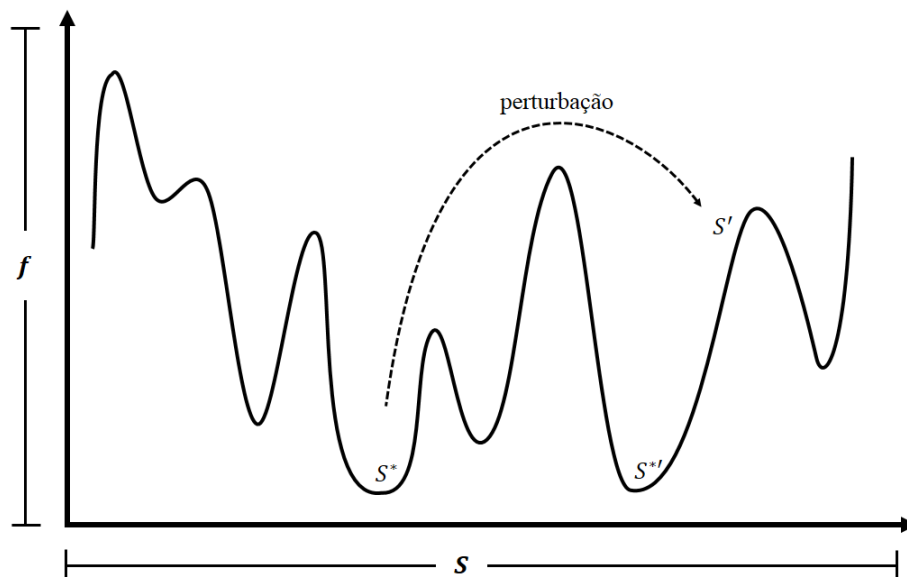
1 início
2   lerInstancia( $inst$ )
3    $S_0 \leftarrow geraSoluçãoInicial()$ 
4    $S^* \leftarrow buscaLocal(S_0)$ 
5   enquanto  $cParada$  não satisfeito faça
6      $S' \leftarrow perturbação(S^*, histórico)$ 
7      $S^{*'} \leftarrow buscaLocal(S')$ 
8      $S^* \leftarrow critérioAceitação(S^*, S^{*'}, histórico)$ 
9   fim
10 fim
11 retorna  $S^*$ 

```

A metaheurística ILS visa encontrar equilíbrio na concepção das orientações de busca, intensificação e diversificação, dentro de um ciclo em seu funcionamento. Após a

construção de uma solução inicial, procedimentos de busca local e de perturbações são executados, de forma sequencial (até um certo limite), em uma solução corrente. Esses mecanismos permitem à busca atuar em diferentes regiões no espaço de busca e encontrar soluções promissoras sem a necessidade de ficar repetindo processos repetitivos, como aplicar busca local em soluções aleatórias (por um método de construção). Na prática, esta técnica de busca local iterada, ou simplesmente ILS, mostra-se eficiente na resolução de vários problemas complexos (LOURENÇO; MARTIN; STÜTZLE, 2010; BOUSSAÏD; LEPAGNOT; SIARRY, 2013). O procedimento da metaheurística ILS é ilustrado através da Figura 4.

Figura 4 – Representação gráfica da ILS. Inicia com uma solução S^* , aplica uma perturbação, obtendo uma solução S' , e aplica a busca local, encontrando uma nova solução S^{**} que pode ser melhor que S^* .



Fonte: Adaptado Lourenço, Martin e Stützle (2010).

3 O PROBLEMA DA PATRULHA ESCOLAR

Este capítulo apresenta o primeiro objeto de estudo do presente trabalho: o Problema da Patrulha Escolar. Neste, é descrito formalmente a associação com a nova variante do PCV, o Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades. Inicialmente, é apresentado uma sucinta introdução a respeito da Patrulha Escolar. Em seguida, é visto a caracterização do PPE, na qual foi estruturada baseando-se em um estudo de caso e problemas relacionados. Na sequência, é apresentado a modelagem matemática, a abordagem de solução proposta, bem como a exemplificação da aplicação desta abordagem, e os trabalhos relacionados.

3.1 PATRULHA ESCOLAR

A patrulha escolar, ou mesmo ronda escolar, é um programa de segurança pública que compreende a unificação da comunidade escolar com a polícia, visando reduzir a violência e a criminalidade nas escolas e suas proximidades. Seu objetivo principal consiste na prevenção e, supletivamente, na repressão de crimes e atos infracionais através da realização de patrulha ou ronda policial de rotina em escolas (PARANÁ, 2018).

O programa da patrulha escolar está presente em vários estados brasileiros, sendo o Estado do Paraná um dos pioneiros na implantação e execução do programa e, além disso, é o Estado referência neste assunto. No Estado do Rio Grande do Norte, com o mesmo propósito e chamado de Ronda Escolar, o programa foi implantado em 2010 e atua em algumas cidades até então.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Como já visto anteriormente, a patrulha escolar é realizada mediante a presença policial nas escolas e suas proximidades. Desse modo, cabe a Polícia designar a uma (ou mais) equipe(s), viaturas (comumente utiliza-se carros) e equipamentos quaisquer necessários para executar a ação preventiva. Na prática, a partir de um Batalhão de Polícia Militar (BPM), ponto esse de início e fim da rota, a patrulha segue para cumprir a ação realizando uma sequência de visitas às escolas, deslocando-se entre as quais solicitaram antecipadamente atendimento, até atingir o tempo ou horário predefinido.

É evidente que a patrulha escolar lida com alguns problemas de tomada de decisão. Além disso, muito se sabe das condições e limitações da segurança pública atual. Fatores estes que devem contribuir de forma direta para uma ação ineficiente e sem grandes impactos na segurança e educação. Considerando o que foi dito, alguns questionamentos em relação ao funcionamento do PPE podem ser levantados, como por exemplo:

1. Se há planejamento prévio para definição das rotas;
2. Período de realização:
 - a) Se é diário;
 - b) Horário de funcionamento;
 - c) Se o tempo de atendimento é suficiente para atender todas as escolas.
3. Disponibilidade de recursos ou veículos para a patrulha;
4. Como se dá o atendimento às escolas;
5. Como se comporta a patrulha em casos de ocorrências emergenciais.

As repostas para esses questionamentos foram obtidas mediante a realização de um estudo de caso, fazendo-se uso do método que inclui entrevista (utilizando também questionário - Apêndice B), no 2º e 12º BPM da cidade de Mossoró, RN.

3.2.1 O Caso de Mossoró/RN

Na cidade de Mossoró/RN o programa de segurança pública, chamado de ronda escolar, está em atividade efetivamente desde o início do ano de 2016. Com dois Batalhões de Polícia Militar, cabe a apenas um BPM, por fatores de planejamento público e de recursos limitados, executar a ação.

O BPM é responsável pelo atendimento de 32 escolas, as quais solicitaram previamente atendimento. Contudo, por questões geográficas, são consideradas 29 escolas, pois existem diferentes escolas abrigadas no mesmo local (prédio). O atendimento às escolas ocorre durante o período de 2 dias/semana, entre às 7 horas da manhã e 19 horas da noite, a somar 720 minutos diários disponíveis para executar a ação e realizar a rota de atendimento. Vale ressaltar que, além do programa Ronda Escolar, existem outros programas voltados a Educação que são realizados de forma alternada durante a semana.

Uma viatura, cedida pela Companhia Independente de Prevenção ao Uso de Drogas (CIPRED)⁸ de Natal/RN, fica a disposição para execução do programa Ronda Escolar. O planejamento do trajeto é puramente empírico e é elaborado baseando-se, principalmente, pelas zonas mais perigosas. O deslocamento para realizar o trajeto diário custa em média 100 quilômetros (Km), totalizando aproximadamente 200Km/semana, e não atende todas as escolas.

O caso do PPE de Mossoró/RN é o modelo base para a criação do PCVPGP. De forma complementar, este caso também é o modelo de aplicação. Uma instância do problema real foi gerada considerando os dados coletados pelo estudo de caso. Além disso, a partir dessa instância real outras três menores foram criadas para testes. Os dados referentes às distâncias entre as escolas e BPM, considerando a unidade de medida em quilômetros, foram extraídas com o auxílio do *Google Maps* (GOOGLE MAPS, 2016). A matriz de distância do problema real é exibida no Apêndice C. As instâncias correlatas são formadas de acordo com seu tamanho e considera a matriz quadrada $N \times N$, sendo N o seu tamanho.

De acordo com o que foi coletado, o PPE possui componentes elementares para seu funcionamento, os quais são mostrados na Tabela 5. Nesta tabela, suas possíveis representações no caso generalizado também são apresentadas.

Tabela 5 – Componentes do PPE e suas respectivas alusões no PCVPGP.

PPE	PCVPGP
Batalhão de Polícia Militar	Depósito, armazém, fábrica, entre outros
Escolas	Cidades, clientes, entre outros
Viatura	Qualquer meio de transporte para deslocar-se
Tempo de serviço diário	Tempo para atendimento diário
Dias de patrulha	Dias disponíveis para atendimento
Tempo de atendimento às escolas (permanência)	Visita capacitada
Zona/escola com prioridade	Vértices com bônus

De uma forma geral, tanto o Problema da Patrulha Escolar quanto o Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamento e Prioridade são generalizações do PCV onde, em cada dia de um determinado período de q -dias, o caixeiro deve escolher um grupamento de vértices, de acordo com um índice de prioridade ou relevância r , e encontrar o ciclo hamiltoniano. Há o caso particular onde o PPE/PCVPGP é o próprio PCV, situação esta se dá quando o período de atendimento para cobrir todos os vértices é igual ou menor a um dia, isto é, quando um único dia é suficiente para realizar todo trajeto e seus respectivos atendimentos (permanência obrigatória nos vértice).

⁸ Criada pelo Decreto nº 21.002, de 31 de dezembro de 2008, a CIPRED é um órgão de apoio subordinada à Diretoria de Ensino da Corporação. A Ronda Escolar é uma ação executada pela CIPRED no Estado do Rio Grande do Norte.

O objetivo geral deste problema de é otimizar simultaneamente os custos, relacionados aos deslocamentos que compõem a rota, e o atendimento aos vértices (clientes e escolas, por exemplo). Visto que o PCV é um problema combinatório classificado como NP-Difícil por Karp (1972), e está contido no PPE/PCVPGP, logo admite-se que o PPE/PCVPGP também é um problema NP-Difícil.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A formulação do PPE, bem como do PCVPGP, herda características de problemas já bem difundidos na literatura, como o Problema do Caixeiro Viajante clássico (DANTZIG; FULKERSON; JOHNSON, 1954), PCV com Grupamentos (CHISMAN, 1975) (MESTRIA, 2016) e o Problema das p -Medianas (HAKIMI, 1964). Formalmente, o modelo matemático pode ser definido conforme apresentado na sequência. Entretanto, de antemão, algumas notações são introduzidas:

- $G = (N, A)$: um grafo, onde $N = \{v_1, \dots, v_n\}$ representa o conjunto de vértices e $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in N, i < j\}$ é o conjunto de arestas;
- F : um conjunto de $m \in N$ possíveis centroides para formação de p grupos. $F \subset N$ e $m = |F|$;
- U : um conjunto de $n \in N$ vértices clientes ou escolas. $U \subset N$ e $n = |U|$;
- O : um conjunto de $o \in N$ vértices que representam os pontos de partida e parada do caixeiro (batalhão, depósito e entre outros.)⁹. $O \subset N$ e $o = |O|$;
- p : número de grupos que devem ser formados iterativamente, tal que $p \leq m$;
- q : número de dias. $q \equiv p$;
- G' : subgrafo de G , onde $G' = \{G'_1, \dots, G'_p\}$ representa grupos de vértices, tal que:

$$N = \bigcup_{i=1}^p G'_i, \forall i \text{ e } G'_i \cap G'_j = v_1 \in O, \forall i, j, i \neq j.$$

- i, j : denotam os índices dos vértices, onde $i \text{ e } j = \{1, \dots, n\}$;
- g : denota o índice dos grupos, onde $g = \{1, \dots, p\}$;

⁹ No problema proposto, o conjunto O é unitário, visto que contém apenas um elemento. É atribuído a este elemento o vértice $v_1 \in N$, o qual indica o BPM (ponto de origem e parada).

- r : uma prioridade associada aos vértices do problema, onde

$$r = \begin{cases} 3 & , \text{ se } v_i \in N \text{ tem prioridade de atendimento Alta,} \\ 2 & , \text{ se } v_i \in N \text{ tem prioridade de atendimento Média,} \\ 1 & , \text{ se } v_i \in N \text{ tem prioridade de atendimento Normal,} \\ 0 & , \text{ se } v_i \in N \text{ é o ponto de partida e parada.} \end{cases}$$

- \bar{r} : uma média associada ao grupo em relação as prioridades dos vértices pertencentes ao grupo. A definição da prioridade do grupo deve considerar a seguinte Equação:

$$\bar{r}_{G'_g} = \left(\frac{\sum_{j \in G'_g} r_j}{|G'_g|} \right) \quad \forall G' \subset N, \forall g \in F \quad (3.1)$$

- jts_dia : uma janela de tempo de serviço diário para atendimento;
- jts_v : uma janela de tempo de serviço associada aos vértices do problema, a qual obriga a permanência do veículo no vértice até o seu limite, isto é, o caixeiro deve chegar no vértice e cumprir cronometricamente o atendimento de acordo com essa janela. O tempo é distribuído para cada vértice de acordo com sua prioridade em relação a jts_dia , através da Equação 3.2:

$$jts_v_i = \left(\frac{jts_dia}{\sum_{j=1}^n r_j} \right) r_i \quad \forall i \in N \quad (3.2)$$

- Vm : parâmetro associado a velocidade média do veículo;
- d_{ij} : variável para determinar a distância do percurso entre os vértices, isto é, d_{ij} é um custo associado a uma aresta $(v_i, v_j) \in N$;
- t_{ij} : variável para determinar o tempo em minutos (*min*) associado ao deslocamento do veículo entre os vértices $(v_i, v_j) \in N$, calculado pela Equação 3.3, de forma equivalente ao cálculo da velocidade média:

$$t_{ij} = \left(\frac{d_{ij}}{Vm} \right) 60 \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (3.3)$$

- x_{ij} : variável booleana = $\begin{cases} 1 & , \text{ se uma aresta } (v_i, v_j) \in N \text{ é selecionada,} \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$
- y_g : variável booleana = $\begin{cases} 1 & , \text{ se um grupo é formado a partir de um centróide } \in F, \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$

O modelo matemático:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{g=1}^p \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n t_{ij}^g x_{ij}^g \quad (3.4)$$

Sujeito à:

$$\sum_{g=1}^p \sum_{i=1}^n x_{ij}^g = 1 \quad \forall j \in N \quad (3.5)$$

$$\sum_{g=1}^p \sum_{j=1}^n x_{ij}^g = 1 \quad \forall i \in N \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in G'_g} jts_v_i^g + \sum_{j \in G'_g} \sum_{i \in G'_g} t_{ij}^g x_{ij}^g \leq jts_dia \quad \forall G' \subset N, \forall g \quad (3.7)$$

$$\sum_{g=1}^m y_g = p \quad (3.8)$$

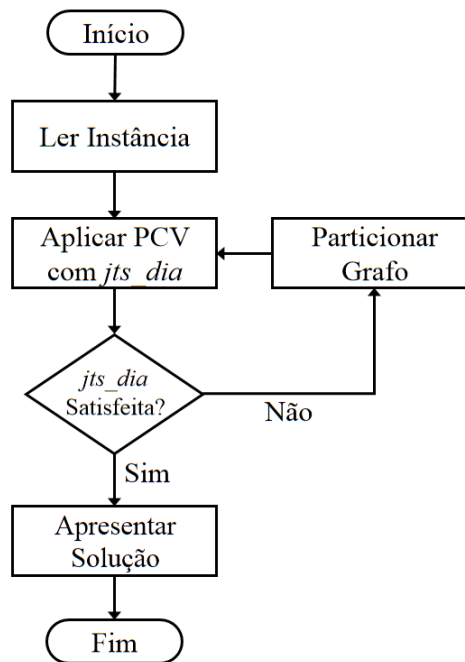
$$x_{ij}^g, y_g \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N, \forall g \in F \quad (3.9)$$

A função objetivo 3.4 do problema visa diminuir o custo relacionado ao percurso considerado nos grupos, isto é, minimizar os Ciclos Hamiltonianos contidos em cada grupo. As Equações 3.5 e 3.6, são restrições para assegurar que, cada vértice i só deve sair para um único vértice j e para cada vértice j há uma única origem em i , ou seja, garante que cada vértice é visitado uma única vez (nos grupos). A Equação 3.7 é uma restrição para determinar a formação de grupos de tal forma que não exceda o limite ou horizonte de tempo de atendimento diário. A Equação 3.8 é a restrição que assegura que a solução deverá ter exatamente p grupos. Por fim, a restrição 3.9 determina que as variáveis sejam binárias, como visto nas notações.

3.4 ABORDAGEM PROPOSTA

Para solucionar o Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades, bem como o Problema da Patrulha Escolar, este trabalho propõe uma abordagem iterativa, representada através do Fluxograma para resolução do PPE/PCVPGP, como mostra a Figura 5, a qual percorre etapas preestabelecidas com a finalidade de viabilizar uma solução.

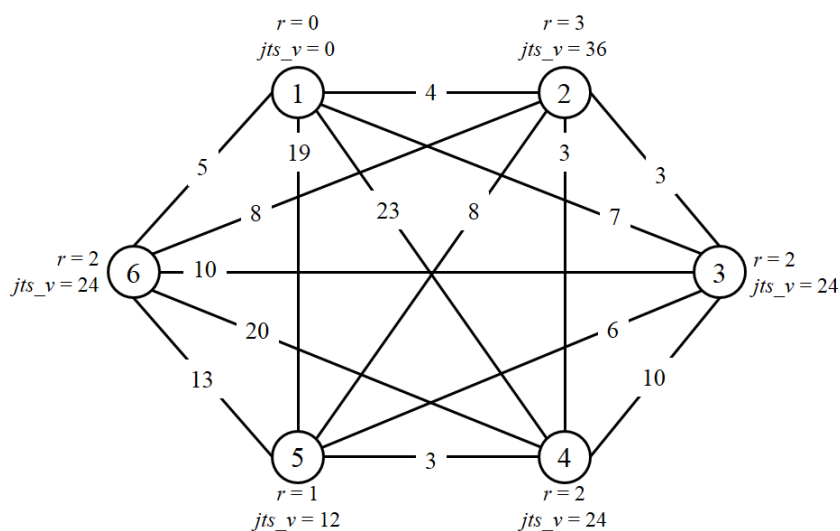
Figura 5 – Fluxograma para resolução do PPE/PCVPGP.



Fonte: Autoria própria.

A priori, o problema deve ser instanciado como um grafo, tal qual onde os vértices são rotulados de forma numérica e apresente suas respectivas prioridades (r =prioridade) e tempo de atendimento requerido ($jts_v = 3.2$) para permanência do caixeiro em sua posição. Além disso, o grafo deve apresentar as relações entre os vértices nele contido, através das arestas e seus respectivos pesos (distância d_{ij} para deslocamento em Km). A Figura 6 ilustra graficamente o que denomina-se de pré-processamento da instância do problema. Neste exemplo, os vértices (ou pontos) representam as escolas e os valores que sobrescrevem as arestas a distância do percurso entre os vértices.

Figura 6 – Grafo completo para representar uma instância do PPE/PCVPGP.



Fonte: Autoria própria.

Dada a condição elementar supracitada, dar-se-á início aos processos de resolução do problema, a começar pela etapa de leitura da instância (“Ler Instância”). Sucedendo a esse processo, a etapa de “Aplicar o PCV com jts_dia ” consiste em um procedimento iterativo, iniciando e incrementando em 1 (um) o parâmetro p . Nessa etapa, há duas possibilidades de ocorrências, as quais estão intrinsecamente relacionadas com a satisfação ou não da restrição 3.7 (condição “ jts_dia Satisfeita?”):

- (i) para $p = 1$: caso a restrição 3.7 seja satisfeita, o modelo é apresentado como um caso particular, em que o PCVPGP ou PPE é, de modo implícito, o PCV clássico. Nesse caso, a rota é definida e a equipe prossegue para realização do trajeto;
- (ii) para $p > 1$: caso a restrição 3.7 não seja satisfeita, dar-se-á início ao ciclo iterativo, onde p será incrementado em 1 (um) a cada ciclo e grupos serão criados de acordo com o tamanho de p . Para ocasião, a etapa “Particionar Grafo” consiste basicamente em aplicar o modelo do problema das p -Medianas para formar os grupos (ver parágrafo seguinte). Após a formação dos grupos, o processo de “Aplicar o PCV com jts_dia ” é retomado e a satisfação da restrição 3.7 para cada grupo é verificada. Este ciclo é realizado até que todos os grupos estejam em conformidade com a restrição 3.7 e, tão logo, as prioridades de atendimento, bem como os dias, são definidos para realização dos trajetos.

Em se tratando do caso (ii) supracitado, para definir as medianas, foi desenvolvida uma estratégia que visa distribuir de forma equilibrada as medianas. A estratégia é apresentada através do Algoritmo 7 e suas principais características são descritas a seguir (vale salientar que esse algoritmo somente é executado caso $p > 1$):

1. *Linhas 1 – 14*: o algoritmo tem seu início criando um conjunto vazio de medianas, uma lista contendo as maiores distâncias (ou arestas) do grafo e uma lista para armazenar os índices dos vértices das maiores distâncias (isto é, na posição x dessa lista vai haver um índice y correspondente ao vértice cuja distância seja a maior em relação aos demais vértices do grafo);
2. *Linhas 15 – 27*: seleciona-se a maior aresta do grafo e define-se os dois primeiros vértices medianas do grafo. Se $p = 2$, o conjunto de medianas recebe esses dois vértices e o algoritmo os retorna;
3. *Linhas 28 – 58*: uma lista booleana é criada para definir os vértices que são medianas, sendo que inicialmente todos os vértices são considerados não sendo como tal (*false*), exceto os vértices medianas definidos no trecho das *Linhas 15 – 27*. Na sequência, as próximas medianas serão selecionadas, até alcançar as p medianas, a partir de um cálculo. Neste, é criado um fator de distância, denominado de limite inferior, cujo qual é definido inicialmente pela maior aresta subtraído 10% (dez por cento) do seu valor. Com isso, é realizada uma busca no grafo por vértices que se conectam as medianas já existentes, com suas arestas limitando-se ao fator de distância. Caso não encontre, o limite inferior é recalculado decrementando mais 10% (dez por cento) em relação ao seu valor atual.

Vale salientar que, em caso da ocorrência (ii), existe também o trajeto externo, o qual decide a sequência de visita aos grupos. Neste sentido, a ordem de visitas é determinada pela média das prioridades dos vértices pertencentes a cada grupo, conforme visto pela Equação 3.1 para cálculo da \bar{r} . Em consequência do exposto, um *ranking* é criado com as médias dos grupos de forma decrescente, logo, indicando a ordem de visitas.

Algoritmo 7: SELEÇÃO DAS P-MEDIANAS

Entrada: Conjunto V de vértices, p
Saída: Conjunto P^* de vértices medianas

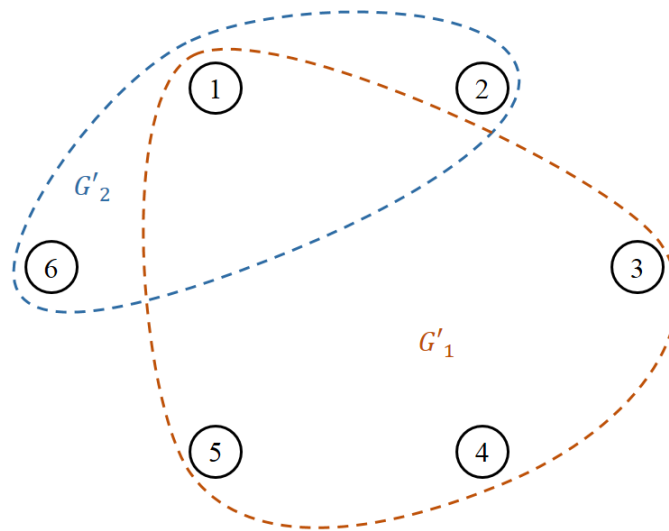
```

1 início
2    $P^* \leftarrow \emptyset$ 
3    $listaMaioresDij[V]$ 
4    $listaGuardarIndices[V]$ 
5   para  $i = 0, \dots, V.size()$  faça
6      $Dij \leftarrow 0$ 
7     para  $j = 0, \dots, V.size()$  faça
8       se  $Dij < aresta(v_i, v_j)$  então
9          $Dij \leftarrow aresta(v_i, v_j)$ 
10         $listaMaioresDij[i] \leftarrow Dij$ 
11         $listaGuardarIndices[i] \leftarrow j$ 
12      fim
13    fim
14  fim
15   $mediana1, mediana2$ 
16   $maiorAresta \leftarrow 0$ 
17  para  $i = 0, \dots, V.size()$  faça
18    se  $maiorAresta < listaMaioresDij[i]$  então
19       $maiorAresta \leftarrow listaMaioresDij[i]$ 
20       $mediana1 \leftarrow i$ 
21       $mediana2 \leftarrow listaGuardarIndices[i]$ 
22    fim
23  fim
24  se  $p = 2$  então
25     $P^* \leftarrow mediana1, mediana2$ 
26    retorna  $P^*$ 
27  senão
28     $listaMedianas(V.size(), false)$ 
29     $listaMedianas[mediana1] \leftarrow true$ 
30     $listaMedianas[mediana2] \leftarrow true$ 
31     $limiteInferior \leftarrow maiorAresta - (maiorAresta * 0.1)$ 
32    enquanto  $(P^*.size() < p)$  e  $(limiteInferior > 0)$  faça
33      para  $i = 0, \dots, V.size()$  faça
34        se  $(maioresDij[i] \geq limiteInferior)$  e  $(listaMedianas[i] \neq true)$  então
35           $eMediana \leftarrow P^*.size()$ 
36          para  $j = 0, \dots, P^*.size()$  faça
37            se  $Dij \geq limiteInferior$  então
38               $eMediana \leftarrow eMediana - 1$  //  $\forall i \in V$  e  $\forall j \in P^*$ 
39            fim
40          fim
41          se  $eMediana = 0$  então
42             $P^* \leftarrow i$ 
43            se  $P^*.size() = p$  então
44               $i \leftarrow V.size()$ 
45            fim
46          fim
47        fim
48      fim
49       $limiteInferior \leftarrow limiteInferior - (limiteInferior * 0.1)$ 
50    fim
51    para  $i = 0, \dots, V.size()$  faça
52      se  $listaMedianas[i] = true$  então
53         $P^* \leftarrow i$ 
54      fim
55    fim
56    retorna  $P^*$ 
57  fim
58 fim

```

Exemplificando, considere uma típica instância do PPE/PCVPGP contendo um grafo completo de seis vértices e seus respectivos valores associados aos componentes, conforme mostra a Figura 6. Neste exemplo, assume-se a hipótese de que somente um grupo não é suficiente para atender todos os vértices e, tão logo, dois grupos ($p = 2$), em conseqüentemente dois dias, seria a solução ideal para realização do trajeto com o veículo trafegando a uma velocidade média de 40km/hora. Na ocasião, o horizonte de tempo diário de atendimento é definido em 120 minutos ($jts_dia = 120$). Executando a abordagem proposta, após o primeiro ciclo (onde $p < 2$) e a não satisfação da restrição 3.7 - de jts_dia , incrementa-se p e o grafo é particionado em p subgrafos (grupos) através da etapa “Particionar Grafo”, como exibe a Figura 7.

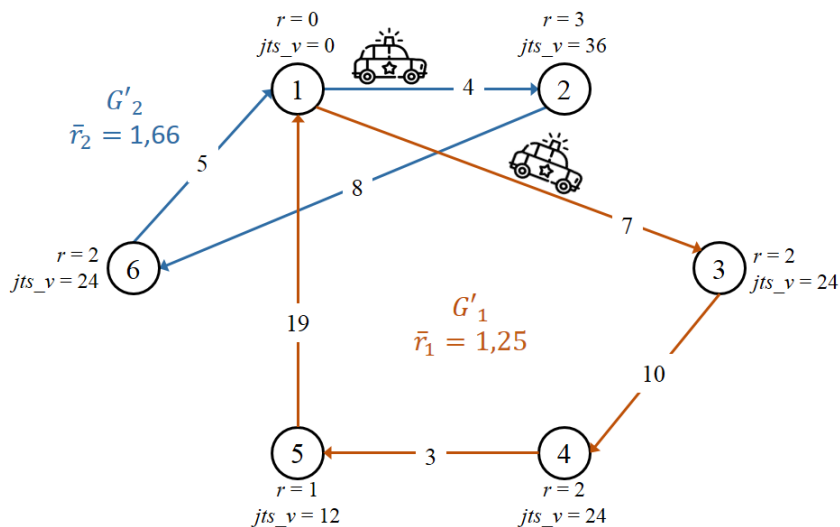
Figura 7 – Particionamento do Grafo em p grupos para as visitas diárias.



Fonte: Autoria própria.

Visto que o grafo está particionado, a etapa seguinte consiste em encontrar o ciclo hamiltoniano de custo mínimo (PCV) de cada grupo, condicionada pelo processo de “Aplicar PCV com jts_dia ”, buscando atender a restrição da janela de tempo do dia e calculando os demais custos operacionais para formar uma solução. Com isso, uma composição de trajetos é formada em cada grupo, os cálculos referentes às médias e custos operacionais são exibidos e uma solução do problema é apresentada. A Figura 8 ilustra uma possível representação de solução viável através de um grafo, após a realização de todos os processos elementares para resolução do problema (conforme fluxograma, veja Figura 5).

Figura 8 – Representação em grafo de uma solução do PPE/PCVPGP com seus custos operacionais.



Fonte: Autoria própria.

Ampliando a visão do processo da abordagem proposta de solução, os cálculos para o exemplo em questão são executados da seguinte forma:

- iteração 1 ($p = 1$)
 - no processo de leitura da instância, a Equação 3.2, para obtenção do tempo de permanência do caixeiro no vértice (jts_v), é executada e define a janela de tempo de cada vértice de acordo com a prioridade:

$$jts_{v_i} = \begin{cases} \left(\frac{120}{10}\right) 3 = 36, \\ \left(\frac{120}{10}\right) 2 = 24, \\ \left(\frac{120}{10}\right) 1 = 12, \\ \left(\frac{120}{10}\right) 0 = 0. \end{cases}$$

- no processo de busca pelo ciclo hamiltoniano de custo mínimo, e após o encontrar (de modo empírico, para o exemplo), verifica-se a satisfação da restrição 3.7. Neste caso em análise, os vértices e arestas selecionadas foram:

$$N = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

$$A = \{(v_1, v_6); (v_6, v_2); (v_2, v_4); (v_4, v_5); (v_5, v_3); (v_3, v_1)\}$$

então,

$$\left(\underbrace{0}_{jts_{v_1^1}} + \underbrace{36}_{jts_{v_2^1}} + \underbrace{24}_{jts_{v_3^1}} + \underbrace{24}_{jts_{v_4^1}} + \underbrace{12}_{jts_{v_5^1}} + \underbrace{24}_{jts_{v_6^1}} \right) + \left(\underbrace{7,5}_{t_{16}^1 x_{16}^1} + \underbrace{4,5}_{t_{24}^1 x_{24}^1} + \underbrace{10,5}_{t_{31}^1 x_{31}^1} + \underbrace{4,5}_{t_{45}^1 x_{45}^1} + \underbrace{9}_{t_{53}^1 x_{53}^1} + \underbrace{12}_{t_{62}^1 x_{62}^1} \right)$$

$$\equiv 120 + 48$$

$$= 168$$

$$168 \leq 120.$$

Logo, percebe-se a não satisfação da restrição 3.7, uma vez que a $jts_dia = 120$ e o resultado verificado da restrição ultrapassa este valor. Com isso, há uma nova iteração para que haja a formação de novos grupos;

- iteração 2 ($p = 2$)

- no processo de particionamento do grafo, p vértices centroides (ou medianas) são selecionados para formar os p grupos. Caso o número de centroides seja inferior a p , e enquanto esse número for menor que p , um vértice denominado de pseudo-centroide é incluído na lista de vértices centroides fazendo-se o uso da métrica “maior distância” (ou maior aresta, como visto na apresentação do Algoritmo 7) daquele(s) vértice(s) centroide(s). Os p grupos são formados e em cada um deles o ciclo hamiltoniano de custo mínimo é definido e a satisfação da restrição 3.7 é verificada;

- Grupo 1:

$$N = \{v_1, v_3, v_4, v_5\}$$

$$A = \{(v_1, v_3); (v_3, v_4); (v_4, v_5); (v_5, v_1)\}$$

então,

$$\left(\underbrace{0}_{jts_v_1^1} + \underbrace{24}_{jts_v_3^1} + \underbrace{24}_{jts_v_4^1} + \underbrace{12}_{jts_v_5^1} \right) + \left(\underbrace{10,5}_{t_{13}^1 x_{13}^1} + \underbrace{15}_{t_{34}^1 x_{34}^1} + \underbrace{4,5}_{t_{45}^1 x_{45}^1} + \underbrace{28,5}_{t_{51}^1 x_{51}^1} \right)$$

$$\equiv 60 + 58,5$$

$$= 118,5$$

$$118,5 \leq 120.$$

Logo, para o Grupo 1, a restrição 3.7 é satisfeita e o procedimento de verificação desta etapa prossegue para análise do Grupo 2;

– Grupo 2:

$$N = \{v_1, v_2, v_6\}$$

$$A = \{(v_1, v_2); (v_2, v_6); (v_6, v_1)\}$$

então,

$$\left(\underbrace{0}_{jts_{v_1}} + \underbrace{36}_{jts_{v_2}} + \underbrace{24}_{jts_{v_6}} \right) + \left(\underbrace{6}_{t_{12}^2 x_{12}^2} + \underbrace{12}_{t_{26}^2 x_{26}^2} + \underbrace{5}_{t_{61}^2 x_{61}^2} \right)$$

$$\equiv 60 + 25,5$$

$$= 85,5$$

$$85,5 \leq 120.$$

Logo, a restrição 3.7 também é satisfeita para o Grupo 2. Diante deste cenário, cabe ainda decidir qual será a ordem de atendimento aos grupos;

– a ordem de visita aos grupos é definida pela Equação 3.1:

$$\bar{r}_{G'_1} = \left(\frac{0 + 2 + 2 + 1}{4} \right) = 1,25$$

$$\bar{r}_{G'_2} = \left(\frac{0 + 3 + 2}{3} \right) \approx 1,66$$

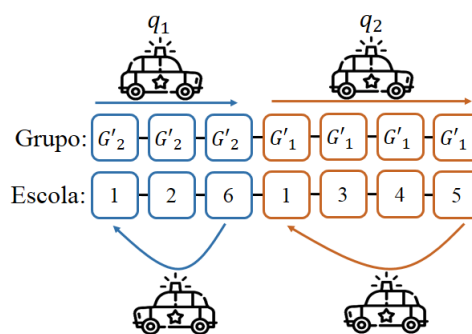
observa-se que o Grupo 2 obtém a maior média de prioridade em relação as demais médias e, tão logo, será o primeiro grupo a ser atendido.

Após as duas iterações executadas, uma solução viável para o PPE/PCVPGP é apresentada e seus custos operacionais são conhecidos. A Figura 9 mostra uma outra forma de representar uma solução, onde no primeiro dia de atendimento (q_1) o caixeiro visita e realiza o trajeto do Grupo 2, atendendo os vértices 1-2-6, e no segundo dia (q_2) o caixeiro visita e realiza o trajeto do Grupo 1, atendendo os vértices 1-3-4-5.

Em relação aos custos, a função objetivo (Equação 3.4) apresenta apenas o valor referente a realização de todos os trajetos em si (custo de tempo médio associado aos deslocamentos), com exceção do tempo de permanência do caixeiro nos vértices. Entretanto, na base do cálculo da função objetivo contém uma relação implícita com a

distância percorrida, uma vez que faz o uso da equação da velocidade média. Portanto, uma vez minimizada a Equação 3.4, os custos relacionados ao tempo e distância são otimizados simultaneamente.

Figura 9 – Representação gráfica de uma solução viável do PPE/PCVPGP



Fonte: Autoria própria.

3.5 TRABALHOS RELACIONADOS

Na literatura, em se tratando de patrulha escolar, poucos trabalhos relacionados foram encontrados. Este fato é evidenciado pelo fato do Problema da Patrulha Escolar se tratar de um caso específico do Brasil. Os trabalhos notados como os pioneiros, são creditados a Rosa (2012) e Alves (2015). De forma semelhante e de propósito geral, outros trabalhos podem ser encontrados, como por exemplo os que tratam da alocação de unidades policiais, visto em Almeida (2014) e Gurgel (2010). Entretanto, são trabalhos que seguem outras diretrizes de segurança, sem necessariamente estarem ligados diretamente com a educação.

Em Rosa (2012), o primeiro trabalho identificado que menciona o PPE, foi desenvolvido um aplicativo abordando o problema fazendo relação com o Problemas das p -Medianas para designar escolas aos batalhões e/ou viaturas às escolas. Um método exato e heurístico foi proposto para sua resolução.

No trabalho de Alves (2015), o problema é abordado considerando rotas de rotina (preventiva) e emergenciais (de efeito corretivo). Neste trabalho, o PPE de caráter preventivo é caracterizado como o PCV clássico e solucionado com o auxílio da heurística do vizinho mais próximo e metaheurística Busca Tabu. Os casos em que é considerado uma emergência, o problema foi abordado como o problema do caminho mais curto e as rotas definidas pelo algoritmo de Floyd-Warshall.

Distinguindo dos trabalhos relacionados, e de forma a agregar valores aos trabalhos supracitados, o presente trabalho visa descrever um problema de propósito geral, com possibilidades de aplicação em diferentes cenários.

4 EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Neste capítulo serão discutidos os experimentos computacionais realizados e seus respectivos resultados. Os testes foram baseados no modelo matemático e abordagem de solução proposta. Apresenta-se também a instância do estudo de caso, as instâncias subtraídas da mesma e as configurações das metaheurísticas.

4.1 METODOLOGIA

Nesta segunda etapa da pesquisa, foi realizado um estudo algorítmico através da implementação e adaptação (ao problema estudado) de quatro metaheurísticas clássicas, sendo duas baseadas em população e duas em trajetória. As metaheurísticas predefinidas para solucionar o PPE/PCVPGP e encontrar uma primeira solução foram:

(i) Baseadas em população:

- a) Algoritmo Genético (HOLLAND, 1975; GOLDBERG, 1989);
- b) Algoritmo Memético (MOSCATO, 1989).

(ii) Baseadas em Trajetória:

- a) GRASP (FEO; RESENDE, 1995);
- b) ILS (STÜTZLE, 1998).

Os experimentos computacionais foram realizados considerando a métrica distância para comparação com o que foi constatado no estudo de caso, referindo-se a instância que representa o problema real. Os resultados obtidos pelas metaheurísticas desta, e das demais instâncias testes, são comparadas entre si fazendo-se o uso do seguinte esquema de avaliação, após trinta execuções independentes de cada metaheurística às instâncias:

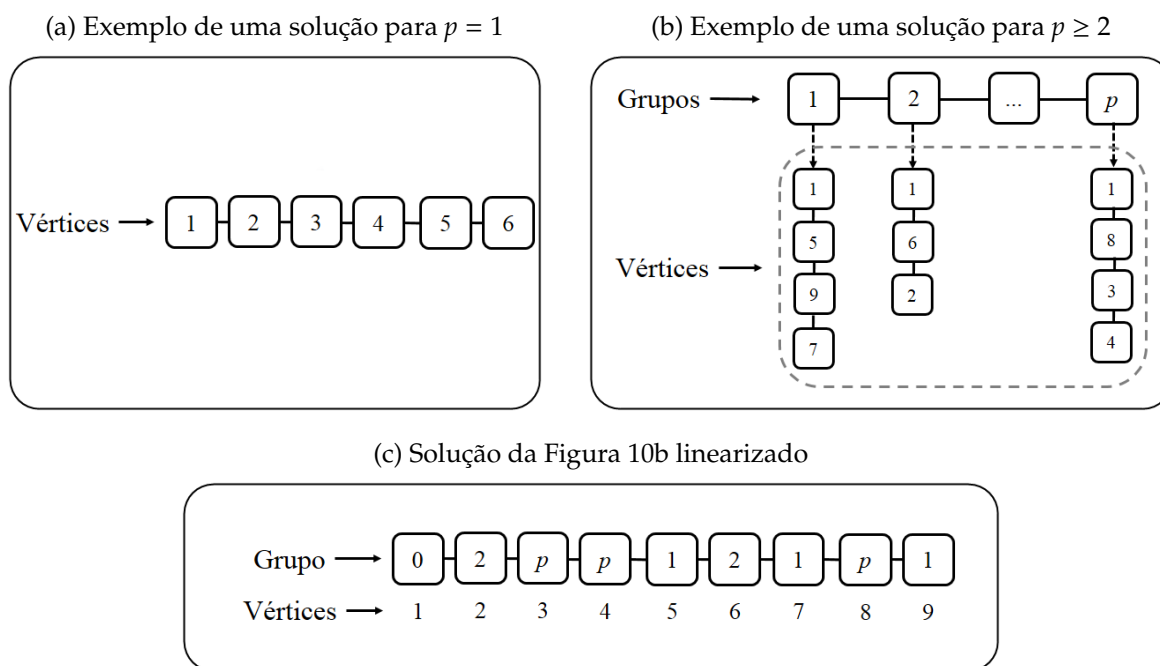
1. Função objetivo (**T_{ij}**, Equação 3.4): melhor solução (**#min**) apresentada dentre as trinta execuções, média das soluções (\bar{x}) e desvio padrão (σ);
2. Custos relacionados aos deslocamentos (**C_{ij}**): menor custo (**#min**) apresentado dentre as trinta execuções, média dos custos (\bar{x}) e desvio padrão (σ);
3. Grupo(s) (**G(s)**): quantidade mínima apresentada dentre as trinta execuções;

4. Tempo (em segundos) de processamento computacional: (i) no caso dos melhores resultados avia-se o tempo ($T(s)$) apresentado naquela execução; (ii) no caso geral ($\bar{T}(s)$), avalia-se a média.

Computacionalmente, uma solução é representada conforme Figura 10. No caso em que um único grupo é suficiente para preencher todo atendimento demandado, uma solução é representada por um vetor de inteiros (Figura 10a) e indica a ordem do trajeto. Já na situação em que um único grupo não é suficiente, uma solução é representada por um vetor de vetores (Figura 10b), cujo vetor principal guarda o objeto “grupo” e indica o índice do grupo. O objeto “grupo” armazena um vetor de inteiros, o qual guarda os vértices pertencentes aquele grupo, e os demais componentes de uma solução para $p \geq 2$ (custo do trajeto, custo da função objetivo, tempo real para executar o trajeto, média das prioridades e dia de atendimento - componentes não contidos na Figura 10).

Devido a uma condição particular dos algoritmos genético e memético, para $p \geq 2$, se faz necessário linearizar uma solução (Figura 10c). Na ocasião, somente são linearizadas as soluções as quais são submetidas aos procedimento de reprodução.

Figura 10 – Representação computacional de uma solução.



Fonte: Autoria própria.

As metaheurísticas foram implementadas na linguagem de programação C++ e foram executadas em um notebook provido do processador Intel Core i5-4210U CPU 1.70GHz 2.40GHz, memória RAM instalada de 8GB, placa de vídeo AMD Radeon R7 M265 6900 e Sistema Operacional Windows 8.1 na plataforma de 64bits. Notebook fabricado pela DELL de modelo: Inspiron I15-5547-A10.

4.2 INSTÂNCIAS E SEUS PARÂMETROS

Para validar a abordagem de otimização do PPE/PCVPGP proposta e realizar a experimentação através das metaheurísticas, foram produzidas instâncias a partir do caso real de Mossoró/RN, fonte do estudo de caso, como já visto. Alguns parâmetros estão contidos no problema, por exemplo: prioridade dos vértices; vértices centróides (centros); horizonte de tempo diário disponível para atendimento; velocidade média do veículo; e as distâncias entre os vértices. A Tabela 6 destaca os parâmetros fundamentais do caso de Mossoró/RN (instância **m30** de tamanho $N = 30$).

Tabela 6 – Dados referentes aos parâmetros da instância do PPE de Mossoró/RN.

Parâmetro	Descrição
Vértices	$v_1, v_2, \dots, v_{29}, v_{30}$
Centros	v_1
	3 v_6, v_{16}, v_{20}
Prioridades:	2 v_2, v_5
	1 $v_i, i = \{3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$
	0 v_1
jts_dia	720 minutos
Velocidade média	40km/hora
Distâncias	Apêndice C

De acordo com os valores dos parâmetros da instância **m30**, e utilizando a Equação 3.2 para obter a janela de tempo de serviço associada aos vértices, segue os valores referentes a tal parâmetro:

$$jts_{v_i} = \begin{cases} 58,38 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 3,} \\ 38,92 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 2,} \\ 19,46 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 1,} \\ 0 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 0.} \end{cases}$$

As demais instâncias foram produzidas a partir da **m30** e são chamadas de **m20**, **m15** e **m10**, variando seus tamanhos entre $N = 20$, $N = 15$ e $N = 10$, respectivamente. Os valores referentes a janela de tempo dos vértices para cada instância são apresentados a seguir, utilizando também os parâmetros da Tabela 6:

- **m20:**

$$jts_{v_i} = \begin{cases} 80 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 3,} \\ 53,33 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 2,} \\ 26,67 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 1,} \\ 0 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 0.} \end{cases}$$

- **m15:**

$$jts_{v_i} = \begin{cases} 120 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 3,} \\ 80 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 2,} \\ 40 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 1,} \\ 0 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 0.} \end{cases}$$

- **m10:**

$$jts_{v_i} = \begin{cases} 166,15 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 3,} \\ 110,17 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 2,} \\ 55,38 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 1,} \\ 0 \text{ minutos} & , \text{ se } v_i \text{ tem prioridade 0.} \end{cases}$$

4.3 OPERADORES

Muitas técnicas, tais quais cita-se principalmente as de gerar uma solução ou manipulá-la, são versáteis e dão a oportunidade de utilizá-las em diferentes metaheurísticas. Visando a interoperabilidade no desenvolvimento das metaheurísticas e buscando uma análise mais especificamente da ideia de seu funcionamento em viabilizar uma solução para o problema estudado, este trabalho implementa operadores que podem ser reutilizados e são compatíveis com as diferentes metaheurísticas abordadas. A seguir serão destacados os operadores implementados.

- Fase Construtiva

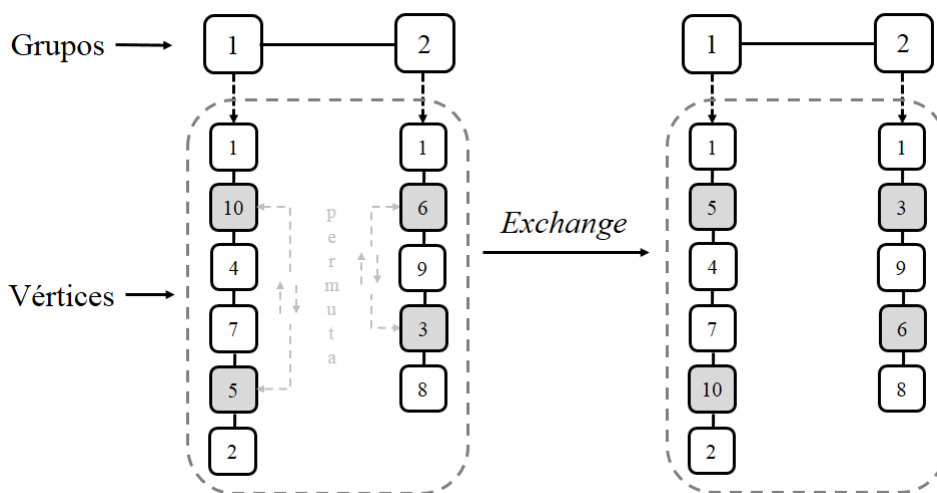
Com exceção da metaheurística GRASP, as soluções foram geradas aleatoriamente, tanto para metaheurística de uma única solução quanto para as baseadas em população. No caso de $p \geq 2$, as soluções foram geradas também aleatoriamente, entretanto, há o uso do algoritmo 7 para definir as medianas e dividir os grupos, isto é, os vértices definidos como medianas estarão em grupos distintos.

- Busca Local

A busca local definida utiliza a estrutura de vizinhança intrarrotas (ou intra-grupos), onde movimentos são realizados modificando vértices do mesmo grupo ou rota (SUBRAMANIAN et al., 2013). Para os testes computacionais, um único método de busca local foi implementado, o qual se chama *exchange* e consiste em permutar o posicionamento entre dois vértices, isto é, dois vértices trocam suas posições (BRÄYSY; GENDREAU, 2005; PENNA; SUBRAMANIAN; OCHI, 2013). No caso em que $p \geq 2$,

cada grupo é submetido a etapa de refinamento. A Figura 11 abaixo ilustra o movimento de vizinhança intrarrotas.

Figura 11 – Vizinhança intrarrotas permutando dois vértices por grupo para $p = 2$.



Fonte: Autoria própria.

4.4 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS

Um conjunto representativo contendo diferentes configurações foi selecionado empiricamente para calibrar os parâmetros das metaheurísticas propostas. A escolha de diferentes valores foi atribuída com a finalidade de melhor investigar o desempenho dos algoritmos frente ao problema em questão. A seguir é apresentada a parametrização adotada para cada metaheurística.

- Algoritmo Genético

Tabela 7 – Parametrização do AG.

Parâmetro	Calibração												
#ger	500												
#pop	25	50				75				100			
#rep	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%	
#ger	1000												
#pop	25	50				75				100			
#rep	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%	

A taxa de mutação para cada calibração do AG é fixa, definida em 20%, e realizada na população. Da mesma forma, o AM também segue este modelo de mutação com o mesmo valor em sua taxa.

- Algoritmo Memético

Tabela 8 – Parametrização do AM.

Parâmetro	Calibração											
#ger	250											
#pop	25			50			75			100		
#rep	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%
#bl	20%	40%	20%	40%	20%	40%	20%	40%	20%	40%		
#ger	500											
#pop	25			50			75			100		
#rep	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%	40%	50%	60%
#bl	20%	40%	20%	40%	20%	40%	20%	40%	20%	40%		

- GRASP

Tabela 9 – Parametrização do GRASP.

Parâmetro	Calibração											
α	0,1 0,2 0,3 0,4 0,5											
ciclo	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	5000	10000

- ILS

Tabela 10 – Parametrização do ILS.

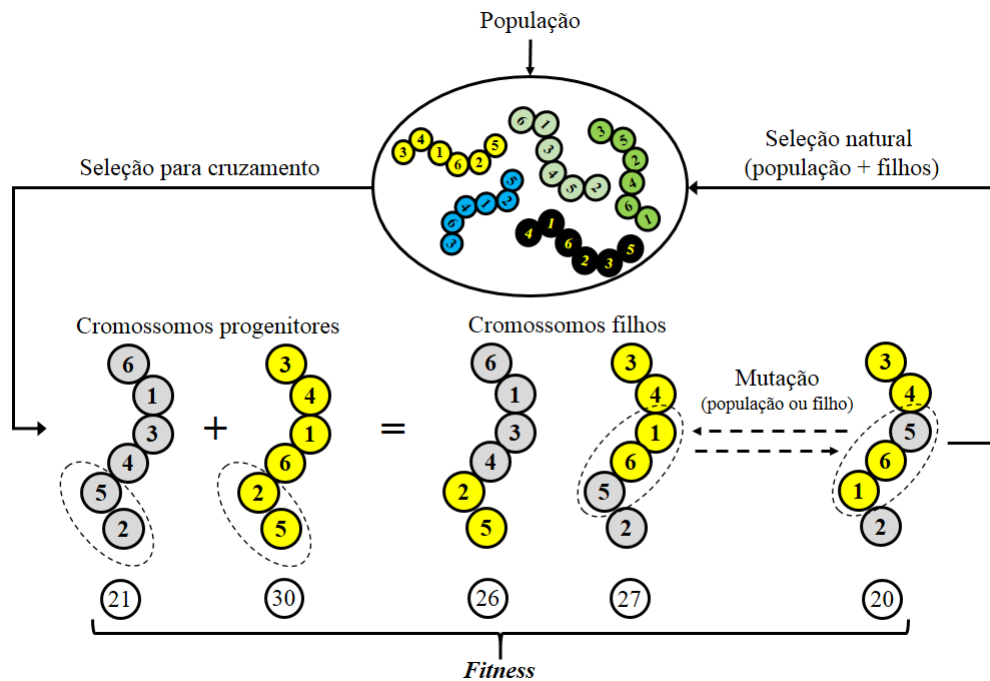
Parâmetro	Calibração											
ciclo	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	5000	10000

4.5 ALGORITMO GENÉTICO

O Algoritmo Genético utiliza a abordagem conforme vista na seção teórica (Seção 2.4.1). O modelo implementado é o tradicional (Algoritmo 1) e consiste em realizar os procedimentos básicos que simulam a evolução natural das espécies através da seleção para cruzamento, reprodução, mutação (se for o caso) e seleção natural. Para melhor

ilustrar, a Figura 12 simula uma aplicação hipotética do AG ao PCV clássico e expõe todos os processos contidos no AG.

Figura 12 – Ilustração do funcionamento do AG.



Fonte: Autoria própria.

Os operadores de seleção, cruzamento e mutação são detalhados abaixo e servem também para expressar os operadores utilizados no Algoritmo Memético. Vale ressaltar que o operador de mutação, visto nas Figuras 12 e 14, que é de inversão de uma componente do cromossomo (fácil demonstração), não corresponde ao operador de mutação proposto.

- Seleção (Natural)

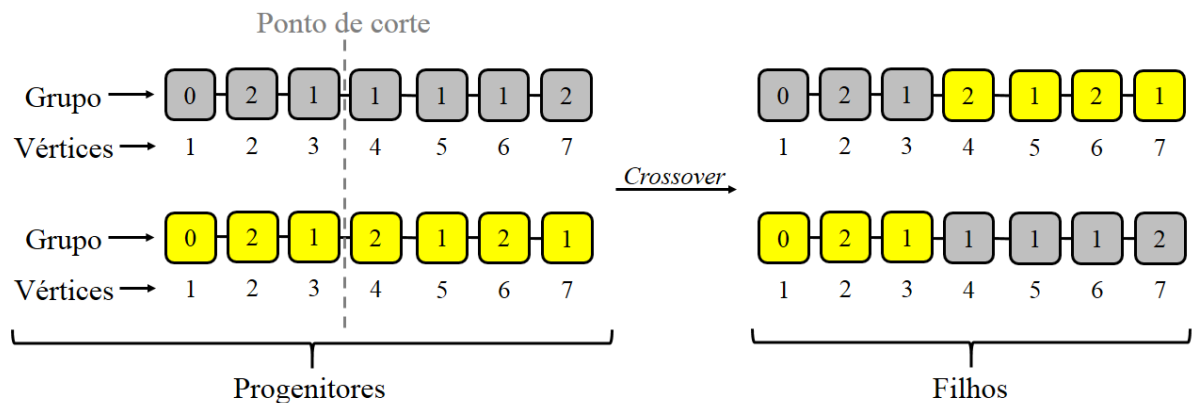
O procedimento de seleção dos indivíduos consiste em duas fases: (i) selecionar progenitores e (ii) seleção para próxima geração, ou simplesmente, seleção natural. Na fase (i), pares de indivíduos são selecionados de forma aleatória até atingir a taxa de reprodução. Logo, novos filhos viáveis são gerados e incluídos na população. Esse é um procedimento simples, não elitista e mantém a diversidade da população.

Para o operador da seleção natural, foi escolhido o procedimento de seleção por torneio. Neste método, pares de indivíduos da nova população são selecionados aleatoriamente e realizam um confronto direto, usando como arma sua *Fitness*, pelo direito de sobrevivência e possibilidade de perpetuar sua espécie numa próxima geração.

- Cruzamento

Com o objetivo de formar novos indivíduos a partir da troca de genes entre os indivíduos progenitores, o operador de cruzamento é considerado a principal força do AG (GOLDBERG, 1989). Neste trabalho, o procedimento de cruzamento implementado se chama *crossover* de um ponto, como mostra a Figura 13.

Figura 13 – Ilustração do cruzamento de um ponto.



Fonte: Autoria própria.

- Mutação

Em Penna, Subramanian e Ochi (2013), é citado a estratégia de busca local *Reinsertion*, onde um vértice é removido e inserido em outra posição da rota. De forma semelhante, porém relatado como um método de perturbação, Chen et al. (2016) cita o movimento de um ponto (do inglês, *One point move*), o qual consiste na realocação de um vértice de uma rota r_1 para outra rota r_2 ou o realoca na mesma rota. Visto que a mutação é um operador similar a perturbação, este trabalho implementa uma adaptação aos métodos supracitados. Chamado de Multi-Reinserção (do inglês, *Multi-Reinsertion*), o operador realiza múltiplos movimentos aleatórios de remoção e inserção de vértices no mesmo grupo.

4.5.1 Resultado: o caso de Mossoró/RN

As tabelas contidas no Apêndice E reportam e destacam os valores das soluções apresentadas pelo AG. Na linha que se refere a instância real **m30**, observa-se que o AG obteve boas soluções em todas as configurações paramétricas quando comparadas ao que se é executado na prática do PPE. No pior caso, sendo notados o valor de 72, 10Km e dois dias para execução total do trajeto, a solução apresenta-se ainda como sendo melhor. Veja abaixo o melhor caso, onde é apresentada a solução e seus respectivos cálculos aferidos pela abordagem proposta.

– Grupo 1 (G'_1):

$$N = \{v_1, v_5, v_6, v_9, v_{11}, v_{12}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{22}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{30}\};$$

$$A = \{(v_1, v_9); (v_9, v_{24}); (v_{24}, v_{18}); (v_{18}, v_{15}); (v_{15}, v_6); (v_6, v_5); (v_5, v_{17}); (v_{17}, v_{16}); (v_{16}, v_{25}); (v_{25}, v_{11}); (v_{11}, v_{22}); (v_{22}, v_{30}); (v_{30}, v_{26}); (v_{26}, v_{12}); (v_{12}, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{369,74}_{\sum_{i \in G'_1} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{51,69}_{\sum_{j \in G'_1} \sum_{i \in G'_1} t_{ij} x_{ij}} \right) = 421,43 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_1} = \left(\frac{19}{15} \right) \approx 1,26;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 34,46Km.

– Grupo 2 (G'_2):

$$N = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_7, v_8, v_{10}, v_{13}, v_{14}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{23}, v_{27}, v_{28}, v_{29}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{10}); (v_{10}, v_8); (v_8, v_7); (v_7, v_{23}); (v_{23}, v_{20}); (v_{20}, v_{21}); (v_{21}, v_3); (v_3, v_{19}); (v_{19}, v_{14}); (v_{14}, v_{13}); (v_{13}, v_{27}); (v_{27}, v_{28}); (v_{28}, v_4); (v_4, v_{29}); (v_{29}, v_2); (v_2, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{350,28}_{\sum_{i \in G'_2} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{44,19}_{\sum_{j \in G'_2} \sum_{i \in G'_2} t_{ij} x_{ij}} \right) = 394,47 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_2} = \left(\frac{18}{16} \right) \approx 1,12;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 29,45Km.

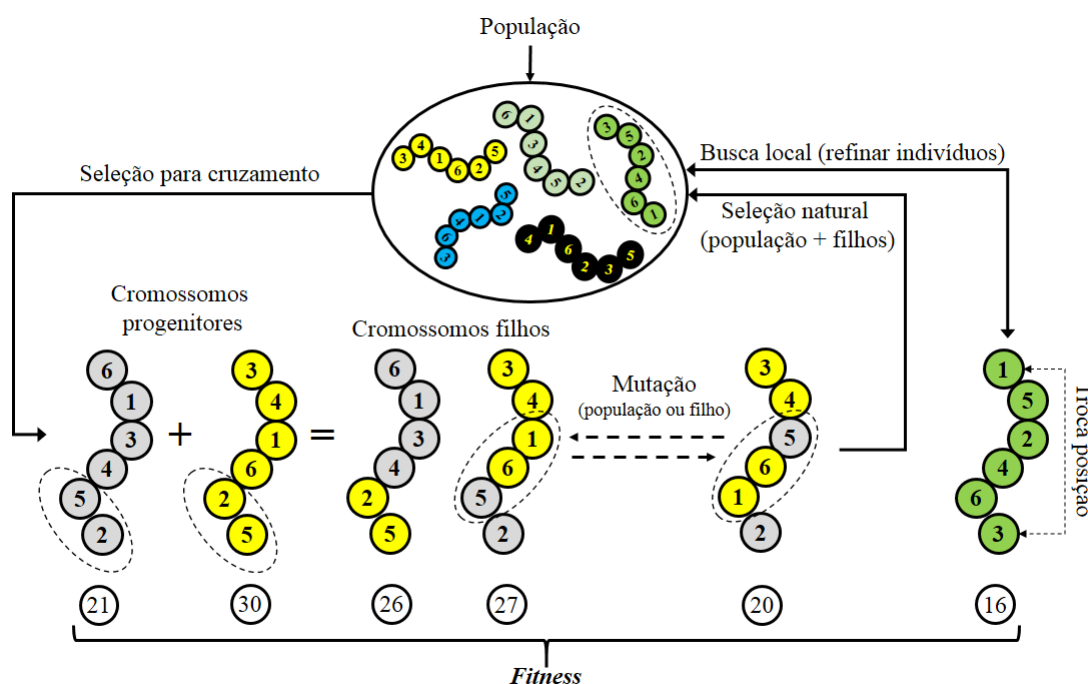
A solução acima apresentada pelo AG tem um custo total de 63,91Km, com trajeto a ser realizado em dois dias, a começar pelo atendimento do Grupo 1 e encerrando pelo Grupo 2, no primeiro e segundo dia, respectivamente. A Tabela 12 contém os valores de referência ao experimento computacional que obteve tal solução apresentada, a melhor do AG.

4.6 ALGORITMO MEMÉTICO

Com exceção do operador de busca local em seu contexto, as técnicas implementadas para o AM proposto correspondem exatamente as técnicas empregadas no AG. Na seção teórica (Seção 2.4.2), é visto o modelo implementado através do Algoritmo 2. Entretanto, visando otimizar o tempo computacional, optou-se por aplicar a busca local apenas dentro do processo evolutivo do AM (linha 11 do Algoritmo 2). O AM faz uso do operador de busca local *exchange*.

Da mesma forma que o AG, e considerando a mesma situação hipotética, a Figura 14 ilustra a aplicação do AM ao PCV clássico e expõe todos os processos nele contido. Atenta-se para o que difere do AG: refinamento de um indivíduo da população.

Figura 14 – Ilustração do funcionamento do AM.



Fonte: Autoria própria.

4.6.1 Resultado: o caso de Mossoró/RN

Os Apêndices F e G reportam e destacam os valores das soluções apresentadas pelo AM nas duas configurações de busca local, 20% e 40%, respectivamente. Em se tratando da instância real **m30**, e ao que se é executado pelo Programa de Ronda Escolar atualmente, o AM 20% e 40% obtiveram boas soluções em todas as configurações paramétricas. No pior caso, o AM 20% apresenta a seguinte solução: 41,81Km e dois grupos. No pior caso do AM 40%, a solução apresentada corresponde a 40,57Km,

também dividindo o trajeto em dois grupos de visitas. As soluções do AM 20% e 40% no melhor caso são apresentadas a seguir.

- AM 20%:

– Grupo 1 (G'_1):

$$N = \{v_1, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{25}, v_{26}, v_{30}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{26}); (v_{26}, v_{10}); (v_{10}, v_9); (v_9, v_{30}); (v_{30}, v_3); (v_3, v_{21}); (v_{21}, v_{23}); (v_{23}, v_{22}); (v_{22}, v_7); (v_7, v_4); (v_4, v_5); (v_5, v_6); (v_6, v_{25}); (v_{25}, v_8); (v_8, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{330,82}_{\sum_{i \in G'_1} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{24,86}_{\sum_{j \in G'_1} \sum_{i \in G'_1} t_{ij} x_{ij}} \right) = 355,68 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_1} = \left(\frac{17}{15} \right) \approx 1,13;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 16,57Km.

– Grupo 2 (G'_2):

$$N = \{v_1, v_2, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{24}, v_{27}, v_{28}, v_{29}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{29}); (v_{29}, v_2); (v_2, v_{20}); (v_{20}, v_{24}); (v_{24}, v_{13}); (v_{13}, v_{27}); (v_{27}, v_{14}); (v_{14}, v_{28}); (v_{28}, v_{16}); (v_{16}, v_{17}); (v_{17}, v_{18}); (v_{18}, v_{15}); (v_{15}, v_{19}); (v_{19}, v_{11}); (v_{11}, v_{12}); (v_{12}, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{389,20}_{\sum_{i \in G'_2} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{29,40}_{\sum_{j \in G'_2} \sum_{i \in G'_2} t_{ij} x_{ij}} \right) = 418,60 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_2} = \left(\frac{20}{16} \right) = 1,25;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 19,60Km.

Com um total de 36,17Km e dois grupos, o AM 20% apresenta uma solução com a distância significativamente menor em relação ao problema real. O atendimento inicia pelo Grupo 2 e finaliza no Grupo 1, segundo as prioridades de cada grupo.

- AM 40%:

– Grupo 1 (G'_1):

$$N = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_8, v_9, v_{10}, v_{19}, v_{22}, v_{23}, v_{25}, v_{26}, v_{29}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{10}); (v_{10}, v_9); (v_9, v_8); (v_8, v_{25}); (v_{25}, v_2); (v_2, v_5); (v_5, v_6); (v_6, v_4); (v_4, v_{23}); (v_{23}, v_{22}); (v_{22}, v_3); (v_3, v_{19}); (v_{19}, v_{26}); (v_{26}, v_{29}); (v_{29}, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{350,28}_{\sum_{i \in G'_1} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{27,25}_{\sum_{j \in G'_1} \sum_{i \in G'_1} t_{ij} x_{ij}} \right) = 377,53 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_1} = \left(\frac{18}{15} \right) \approx 1,2;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 18,17Km.

– Grupo 2 (G'_2):

$$N = \{v_1, v_7, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{20}, v_{21}, v_{24}, v_{27}, v_{28}, v_{30}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{11}); (v_{11}, v_{24}); (v_{24}, v_{13}); (v_{13}, v_{27}); (v_{27}, v_{14}); (v_{14}, v_{28}); (v_{28}, v_{15}); (v_{15}, v_{16}); (v_{16}, v_{17}); (v_{17}, v_{18}); (v_{18}, v_{30}); (v_{30}, v_7); (v_7, v_{21}); (v_{21}, v_{20}); (v_{20}, v_{12}); (v_{12}, v_1)\}.$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{369,74}_{\sum_{i \in G'_2} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{26,41}_{\sum_{j \in G'_2} \sum_{i \in G'_2} t_{ij} x_{ij}} \right) = 396,15 \leq 720.$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_2} = \left(\frac{19}{16} \right) \approx 1,18;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 17,60Km.

No melhor caso do AM 40%, a solução apresentada obteve um custo total de deslocamento em 35,77Km. Como determinado pelo AM 20%, o AM 40% também divide o ciclo de visitas em dois grupos, sendo o Grupo 1 o primeiro a ser atendido e o Grupo 2 o último. Entre as duas estratégias do AM, esta de 40% apresentou a melhor solução, muito embora a diferença seja de apenas 400 metros (0,4Km).

As Tabelas 13 e 14 mostram os valores que fazem referência as melhores soluções obtidas pelo AM 20% e pelo AM 40%, respectivamente.

4.7 GRASP

Diferentemente das demais metaheurísticas propostas, o método construtivo do GRASP é um componente característico de seu funcionamento. Como já visto na seção teórica (Seção 4.7), uma solução factível é construída iterativamente e incrementalmente a partir de uma Lista de Candidatos, a LC, e conseqüentemente da Lista Restrita de Candidatos, a LRC. Neste trabalho, foi considerada a estratégia utilizada em Resende e Ribeiro (2010), onde os elementos ou vértices a compor a LRC são inseridos, a partir da LC, através do parâmetro limiar $\alpha \in [0, 1]$ e um valor limitante, cujo é definido da seguinte forma (c é o custo referente a distância d_{ij} do elemento e , candidato a compor a LRC): $LRC \leftarrow \{e \in LC \mid c(e) \leq c^{min} + \alpha(c^{max} - c^{min})\}$.

A arquitetura utilizada para implementação da metaheurística GRASP é a mesma vista na seção teórica (Seção 4.7) e segue o modelo tradicional. A busca local utilizada é a de estrutura de vizinhança intrarrotas *exchange*.

4.7.1 Resultado: o caso de Mossoró/RN

Na obtenção de soluções factíveis para o caso de Mossoró/RN, o GRASP se apresenta como sendo uma metaheurística promissora, obtendo boas soluções em todos os testes computacionais. Em seu pior caso, o GRASP apresenta uma solução para realizar todo trajeto em dois dias que custa um valor abaixo ao que é expressado no estudo de caso: 63,56Km. A melhor solução obtida pelo GRASP é detalhada na seqüência.

– Grupo 1 (G'_1):

$$N = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_7, v_8, v_{10}, v_{12}, v_{20}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{29}; v_{30}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{10}); (v_{10}, v_{29}); (v_{29}, v_{12}); (v_{12}, v_3); (v_3, v_2); (v_2, v_4); (v_4, v_7); (v_7, v_{23}); (v_{23}, v_{24}); (v_{24}, v_{21}); (v_{21}, v_{30}); (v_{30}, v_{20}); (v_{20}, v_{22}); (v_{22}, v_{25}); (v_{25}, v_8); (v_8, v_1)\}.$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{\quad}_{\sum_{i \in G'_1} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{\quad}_{\sum_{j \in G'_1} \sum_{i \in G'_1} t_{ij} x_{ij}} \right) = 387,42 \leq 720.$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_1} = \left(\frac{18}{16} \right) \approx 1,12;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 24,75Km.

– Grupo 2 (G'_2):

$$N = \{v_1, v_5, v_6, v_9, v_{11}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{26}, v_{27}, v_{28}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{11}); (v_{11}, v_9); (v_9, v_5); (v_5, v_6); (v_6, v_{27}); (v_{27}, v_{13}); (v_{13}, v_{14}); (v_{14}, v_{16}); (v_{16}, v_{28}); (v_{28}, v_{18}); (v_{18}, v_{15}); (v_{15}, v_{17}); (v_{17}, v_{26}); (v_{26}, v_{19}); (v_{19}, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{\quad}_{\sum_{i \in G'_2} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{\quad}_{\sum_{j \in G'_2} \sum_{i \in G'_2} t_{ij} x_{ij}} \right) = 413,95 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_2} = \left(\frac{19}{15} \right) \approx 1,26;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 29,47Km.

O GRASP obtém, em seu melhor caso, um trajeto dividido em dois grupos com o custo total para realizar o ciclo de visitas em 54,22Km. A ordem de atendimento estabelecida, decretada pela média das prioridades, tem o Grupo 2 como sendo o primeiro ciclo de visitas e o Grupo 1 o segundo. O Apêndice H apresenta os valores referentes aos experimentos computacionais e a Tabela 15 destaca a melhor solução obtida pelo GRASP.

4.8 ILS

O algoritmo ILS implementado corresponde ao modelo descrito na seção teórica (Seção 2.4.4). As soluções são geradas aleatoriamente e refinadas pela estratégia *exchange*. O operador de perturbação implementado é descrito na sequência.

- Perturbação

O movimento de perturbação escolhido para os testes computacionais da metaheurística ILS baseia-se no que foi visto em Penna, Subramanian e Ochi (2013), chamado de *Shift(1,1)*, o qual consiste em transferir aleatoriamente um vértice v_i de uma rota r_1 para uma outra rota r_2 , e realocar aleatoriamente um vértice v_j da rota r_2 para rota r_1 . Neste caso, este trabalho considera a permutação entre os vértices v_i e v_j , do Grupo 1 G'_1 e Grupo 2 G'_2 , respectivamente, isto é, há uma troca entre os vértices de grupos distintos.

4.8.1 Resultado: o caso de Mossoró/RN

No caso de Mossoró/RN, instância **m30**, o ILS apresenta soluções representativas em todos os testes computacionais e, em seu pior caso, otimiza o problema com grandes indicativos de ganhos em termos operacionais e de custos: 41,17Km. O Apêndice I destaca os valores obtidos pela metaheurística ILS nas diferentes configurações paramétricas propostas. O melhor resultado constado pelo ILS é detalhado a seguir.

– Grupo 1 (G'_1):

$$N = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{20}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{25}, v_{29}, v_{30}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{29}); (v_{29}, v_2); (v_2, v_{23}); (v_{23}, v_{22}); (v_{22}, v_{20}); (v_{20}, v_{21}); (v_{21}, v_3); (v_3, v_{30}); (v_{30}, v_7); (v_7, v_4); (v_4, v_5); (v_5, v_6); (v_6, v_{25}); (v_{25}, v_8); (v_8, v_9); (v_9, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{408,66}_{\sum_{i \in G'_1} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{24,72}_{\sum_{j \in G'_1} \sum_{i \in G'_1} t_{ij} x_{ij}} \right) = 433,38 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_1} = \left(\frac{21}{16} \right) \approx 1,31;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 16,47Km.

– Grupo 2 (G'_2):

$$N = \{v_1, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{24}, v_{26}, v_{27}, v_{28}\};$$

$$A = \{(v_1, v_{12}); (v_{12}, v_{11}); (v_{11}, v_{24}); (v_{24}, v_{13}); (v_{13}, v_{27}); (v_{27}, v_{14}); (v_{14}, v_{28}); (v_{28}, v_{15}); (v_{15}, v_{16}); (v_{16}, v_{17}); (v_{17}, v_{18}); (v_{18}, v_{19}); (v_{19}, v_{10}); (v_{10}, v_{26}); (v_{26}, v_1)\};$$

$$\text{restrição 3.7, } \left(\underbrace{311, 36}_{\sum_{i \in G'_2} jts_{-v_i}} \right) + \left(\underbrace{23, 94}_{\sum_{j \in G'_2} \sum_{i \in G'_2} t_{ij} x_{ij}} \right) = 335, 30 \leq 720;$$

$$\text{média de prioridade (Equação 3.1), } \bar{r}_{G'_2} = \left(\frac{16}{15} \right) \approx 1,06;$$

soma dos custos (d_{ij}) do trajeto = 15,95Km.

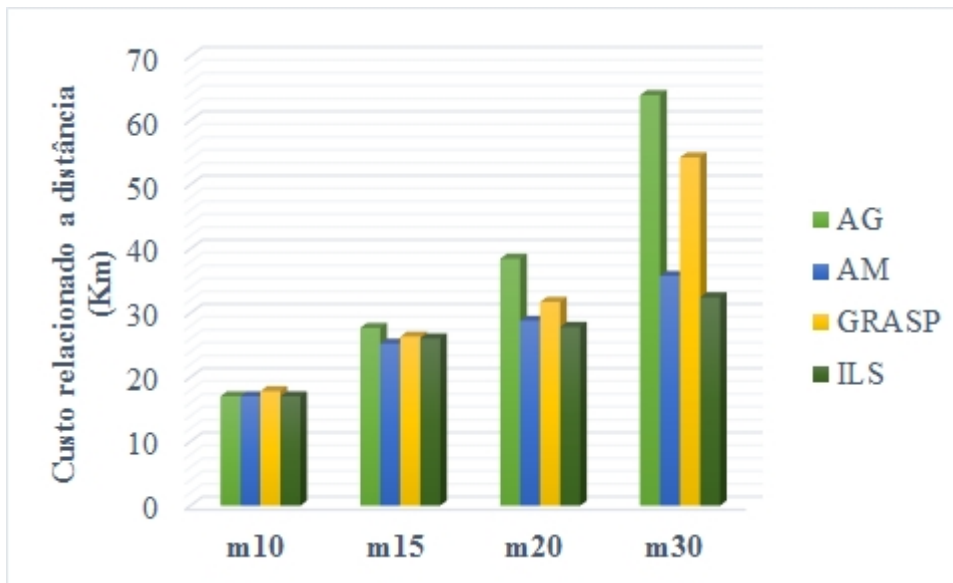
A melhor solução, acima apresentada, tem um custo total para deslocar-se entre os vértices de 32,42Km. O ciclo de visitas dar-se-á em dois dias, iniciando pelo Grupo 1 e encerrando pelo Grupo 2. A Tabela 16 destaca os valores referentes a melhor solução e o Apêndice I aos experimentos computacionais no geral.

4.9 ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS

Os resultados coletados após a realização dos experimentos computacionais estão dispostos nos Apêndices E, F, G, H e I. A análise é efetuada no contexto individual das metaheurísticas e na comparação entre as categorias das mesmas, as quais são classificadas em baseadas em população e solução única (ou trajetória).

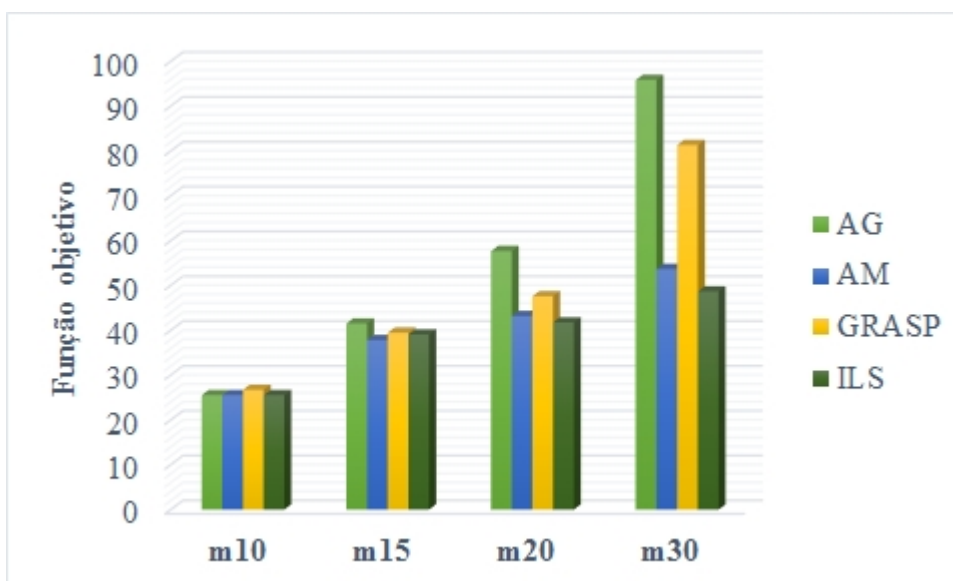
Do ponto de vista individual, tanto utilizando a métrica distância mínima (forma mais expressiva para comparação) quanto o valor de custo mínimo da função objetivo, pode-se notar, através dos melhores resultados apresentados nas tabelas contidas no Apêndice D, a superioridade das metaheurísticas com procedimento de busca local. Para as instâncias **m30** e **m20** destacam-se, principalmente, as soluções obtidas pelo ILS e AM, respectivamente. Quanto as instâncias **m15** e **m10**, observa-se certo equilíbrio entre os resultados apresentados por ambas as metaheurísticas. As Figuras 15 e 16 explicitam o que foi dito.

Figura 15 – Custo relacionado a distância (#Min).



Fonte: Autoria própria.

Figura 16 – Custo relacionado a função objetivo (#Min).

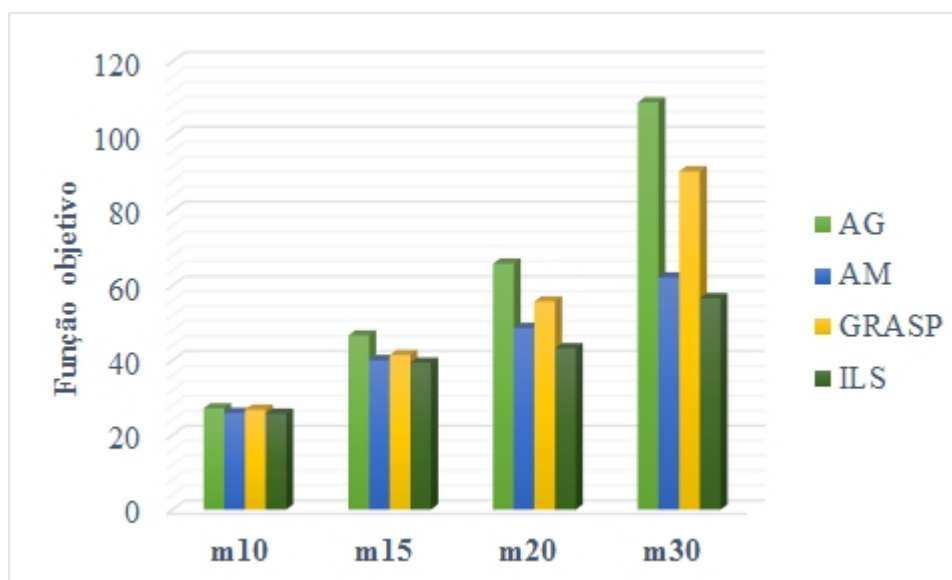


Fonte: Autoria própria.

A metaheurística ISL mostra-se como sendo a de maior potencial em obter melhores soluções para o estudo de caso (instância **m30**). Esta análise pode ser corroborada pelos valores relativos ao custo mínimo da função objetivo (Figura 16) e média, dos valores obtidos para função objetivo, das trinta execuções independentes, como mostra a Figura 17. A estratégia evolucionária memética, através do AM, obtém resultados semelhantes ao ILS, o que promove sua efetividade também, em buscar ótimas soluções para o caso real estudado. As metaheurísticas GRASP e AG, apesar da constatação das

soluções apresentadas serem menos representativas que as do ILS e AM, demonstram também serem técnicas promissoras na obtenção de boas soluções para o problema real, uma vez que os valores obtidos mostram superioridade se comparados ao que é praticado.

Figura 17 – Custo relacionado a função objetivo (\bar{x}).



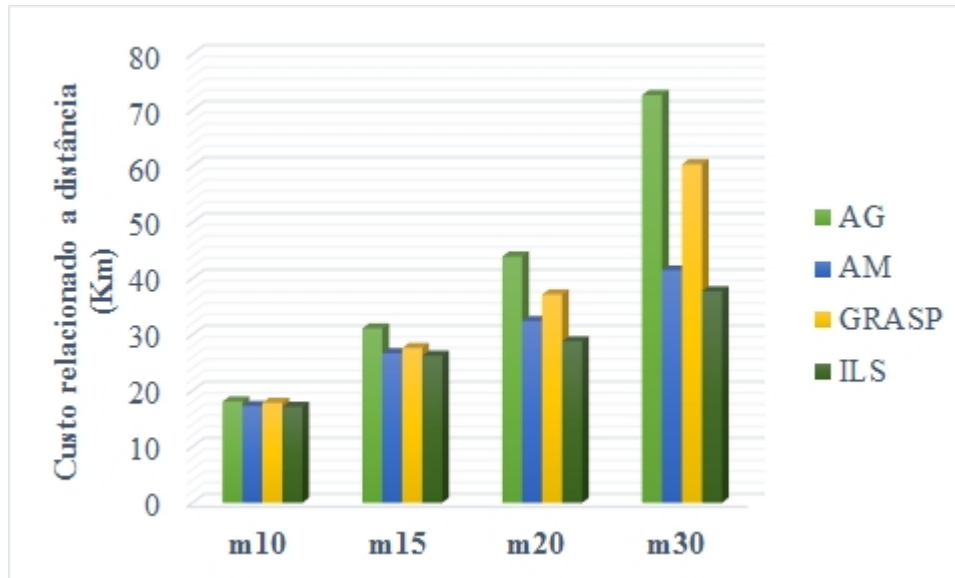
Fonte: Autoria própria.

Se tratando da resolução das instâncias, e detalhando um pouco mais, na **m10**, por exemplo, com exceção do GRASP que obteve a solução mínima em 26,73 minutos (T_{ij}) e 17,82Km (C_{ij}), todas as demais estratégias apresentaram o mesmo valor mínimo, custando 25,53 minutos (T_{ij}) e 17,02Km (C_{ij}). Já na **m15**, o AM apresenta o melhor custo mínimo, 37,85 minutos (T_{ij}) e 25,22Km (C_{ij}), e o ILS as menores médias, 39,31 minutos (T_{ij}) e 26,21Km (C_{ij}). O AG e GRASP, na **m15**, apresentam resultados semelhantes, com baixa discrepância. O ILS leva vantagem também na resolução da **m20**, tanto nos custos mínimos, 41,75 minutos (T_{ij}) e 27,83Km (C_{ij}), quanto em relação as médias, 43,18 minutos (T_{ij}) e 28,78Km (C_{ij}). Todos os resultados determinaram dois grupos para realização do atendimento.

Na perspectiva das metaheurísticas populacionais e baseadas em solução única, nota-se que ambas as estratégias alcançaram bons resultados na resolução das instâncias. Entretanto, fazendo análise das médias, Figuras 17 e 18, observa-se que a metaheurística populacional AG detém os resultados menos significativos. Não muito diferente do AG, a metaheurística GRASP, de solução única, também apresenta inferioridade em seus resultados, ganhando apenas do AG. O algoritmo ILS, de solução única, apresenta a melhor *performance* em todos os casos. A metaheurística populacional AM se aproxima do ILS nas maiores instâncias e se iguala nas menores. Com isso, quanto aos resultados apresentados, a estratégia de solução única demonstra leve vantagem em relação a

populacional. Vale frisar que as melhores soluções se concentram nas abordagens que fazem o uso do operador de busca local.

Figura 18 – Custo relacionado a distância (\bar{x}).



Fonte: Autoria própria.

Quanto ao tempo de processamento, espera-se a priori, que as metaheurísticas populacionais demandem mais esforço computacional. De fato, após análise dos resultados de todas as instâncias, as metaheurísticas populacionais levam desvantagens quanto ao tempo de processamento. Entretanto, deve-se levar em consideração os fatores paramétricos de cada estratégia, o que deve influenciar diretamente em seu desempenho.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões e as perspectivas deste trabalho. A seção está dividida em duas subseções: Conclusões, apresenta uma visão geral do trabalho realizado; e Perspectivas, discute possíveis extensões deste trabalho.

5.1 CONCLUSÕES

No presente trabalho foram apresentados dois objetos de estudo: (i) o Problema da Patrulha Escolar (PPE), ou no modo generalizado, o Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamento e Prioridade (PCVPGP); e (ii) as metaheurísticas populacionais e de trajetória para resolução do objeto de estudo (i).

O objeto de estudo (i) do presente trabalho é um novo problema de otimização combinatória, classificado como NP-Difícil. Nesta etapa, é exposto um estudo de caso realizado na Cidade de Mossoró/RN, uma proposta de formulação matemática para o problema e uma abordagem dinâmica para sua resolução. Além disso, é apresentado uma nova estratégia, através do Algoritmo 7, para gerar medianas e formar grupos balanceados, caso necessário.

A proposta do PPE/PCVPGP transcorre em acrescentar à literatura um modelo, bem como sua formulação, com possibilidades de aplicações reais, principalmente no Brasil, com aplicação explícita no Programa da Ronda/Patrulha Escolar. O modelo generalizado pode ser ajustado/adaptado para tratar outros casos nos quais envolvam o planejamento de rotas com restrição de jornada de trabalho e com demandas de atendimento onde, os solicitantes exijam uma parada obrigatória na área/local, forçando a permanência do solicitado por um horizonte de tempo determinado pelo grau de relevância do solicitante.

A modelagem matemática apresentada partiu da concepção básica de problemas de otimização combinatória clássicos e bem difundidos na literatura, bem como do estudo de caso. Para isso, este trabalho revisa a literatura buscando evidências nos trabalhos relacionados e em problemas correlatos para fundamentar o modelo do PPE/PCVPGP. Para validar a abordagem de solução desenvolvida, um banco de instâncias testes, a partir do problema real do estudo de caso, foi gerado. O uso das metaheurísticas se justifica pela classificação do problema, cujo é pertencente a classe NP-Difícil.

O objeto de estudo (ii) do presente trabalho é uma investigação da aplicação de quatro algoritmos metaheurísticos, duas estratégias populacionais (AG e AM) e duas de trajetória (GRASP e ILS), para resolução do PPE/PCVPGP. Em se tratando

exclusivamente da qualidade da solução para instância **m30**, do caso real de Mos-soró/RN, os algoritmos ILS e AM obtiveram os melhores resultados, apresentando soluções significativamente menores em comparação ao estudo de caso. As demais metaheurísticas também obtiveram melhores soluções em relação ao que se é praticado. Com isso, as metaheurísticas propostas, tanto as populacionais quanto as de trajetória, mostram-se promissoras na otimização do estudo de caso, viabilizando soluções com ganhos significativos no que diz respeito aos gastos público e trabalho operacional.

As soluções produzidas pelas metaheurísticas mostram um aspecto interessante, há sobra no tempo de atendimento, isto é, o horizonte ou janela de tempo para realizar a patrulha durante o dia não é preenchido completamente, o que pode contemplar outros atendimentos extras/bônus durante o término do planejado.

No contexto das metaheurísticas populacionais, foram propostas duas estratégias: um Algoritmo Genético e duas versões do Algoritmo Memético, uma com a busca local refinando 20% da população de indivíduos e a outra versão 40%. Logo percebe-se a influência do operador de busca local nos resultados obtidos pelo AM. O AG, visto que em seu escopo não se tem operador de busca local, obteve os piores resultados se comparado as demais técnicas metaheurísticas, exceto para instância **m10**. Neste trabalho, o AM é o AG potencializado pela busca local, o tornando consequentemente em uma técnica mais robusta e com maior demanda de tempo de processamento. De modo geral, essas duas estratégias populacionais se mostram como uma alternativa ao encontrar boas soluções para os casos estudados, com maior destaque para o AM.

No caso das metaheurísticas baseadas em trajetória, foram apresentadas as versões clássicas do GRASP e ILS. O ILS produziu as melhores médias e, com exceção da instância **m15**, as melhores soluções mínimas em relação as demais metaheurísticas. Este fator, deve-se principalmente a eficiência na exploração e exploração do espaço de busca, através da combinação sinérgica entre os operadores de perturbação e busca local. O GRASP produz bons resultados, entretanto, no caso das instâncias maiores, da mesma forma que o AG, perde potencialidade na busca.

Como contribuições, este trabalho apresenta uma nova abordagem para solucionar o Problema da Patrulha Escolar, através da formalização do Problema do Caixeiro Viajante Periódico com Grupamentos e Prioridades e do fornecimento de um estudo algorítmico, baseados em estratégias metaheurísticas populacionais e de solução única. A abordagem de solução é validada pelas metaheurísticas, uma vez que se trata de um problema novo e a literatura é escassa. O estudo algorítmico aponta o ILS e AM, respectivamente, como as estratégias mais promissoras.

5.2 PERSPECTIVAS

O estudo realizado é apenas uma amostra de sua potencialidade no campo de otimização combinatória e enseja planos de continuidade através de trabalhos complementares nas seguintes linhas:

1. Desenvolvimento de um *solver* para validação do problema abordado através de um método exato;
2. Estudo de uma estratégia de inserção de vértices nos grupos onde a janela de tempo de serviço para atendimento diário apresentada é relativamente inferior ao pré-definido, isto é, incluir vértices em grupos onde há sobra de tempo;
3. Estudo considerando uma adaptação na função objetivo da formulação proposta, conforme mostra a Equação 5.1. Esta perspectiva de representação da função objetivo deve ser mais expressiva quanto à proposta no trabalho, uma vez que atua diretamente nas distâncias de fato.

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{g=1}^p \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n d_{ij}^g x_{ij}^g \quad (5.1)$$

4. Realizar análise estatística, o que permite projetar mais precisamente a melhor metaheurística;
5. Estudo e adaptação de outros operadores de busca local, perturbação e cruzamento, ou ainda, da fase construtiva de uma solução;
6. Estudo e adaptação de outras metaheurísticas frente ao problema.

REFERÊNCIAS

AHMADI-JAVID, A.; SEYEDI, P.; SYAM, S. S. A survey of healthcare facility location. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 79, n. Supplement C, p. 223 – 263, 2017. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054816301253>>. Citado na página 16.

ALAZZAM, A.; III, H. W. L. A new optimization algorithm for combinatorial problems. *IJARAI International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence*, Citeseer, v. 2, n. 5, 2013. Citado na página 16.

ALMEIDA, I. I. d. *Metaheurística Híbrida Utilizando GRASP Reativo e Aprendizagem por Reforço: Uma aplicação na segurança pública*. 70 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) — Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, Mossoró, Brasil, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 53.

ÁLVAREZ, A. et al. A computational tool for optimizing the urban public transport: A real application. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, v. 49, n. 2, p. 244–252, Apr 2010. ISSN 1555-6530. Disponível em: <<https://doi.org/10.1134/S1064230710020103>>. Citado na página 18.

ALVES, R. *Modelo matemático para seleção de rotas de patrulhamento escolar: o caso da patrulha escolar de Ponta Grossa: o caso da patrulha escolar de ponta grossa*. 70 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 53.

APPLEGATE, D. L. et al. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2007. ((Princeton Series in Applied Mathematics)). ISBN 0691129932, 9780691129938. Citado na página 26.

ASCONAVIETA, P. H. S.; GOLDBARG, M. C.; GOLDBARG, E. F. G. Evolutionary algorithm for the car renter salesman. In: *2011 IEEE Congress of Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 593–600. ISSN 1089-778X. Citado na página 26.

BAGHEL, M.; AGRAWAL, S.; SILAKARI, S. Survey of metaheuristic algorithms for combinatorial optimization. *International Journal of Computer Applications*, Foundation of Computer Science, v. 58, n. 19, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.

BALAS, E. The prize collecting traveling salesman problem. *Networks*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 19, n. 6, p. 621–636, 1989. ISSN 1097-0037. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/net.3230190602>>. Citado na página 26.

BELLMORE, M.; NEMHAUSER, G. L. The traveling salesman problem: A survey. *Operations Research*, INFORMS, v. 16, n. 3, p. 538–558, 1968. ISSN 0030364X, 15265463. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/168581>>. Citado na página 26.

BLUM, C. et al. Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey. *Applied Soft Computing*, v. 11, n. 6, p. 4135 – 4151, 2011. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494611000962>>. Citado na página 30.

- BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Comput. Surv.*, ACM, New York, NY, USA, v. 35, n. 3, p. 268–308, set. 2003. ISSN 0360-0300. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/937503.937505>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 30.
- BLUM, C.; ROLI, A. Hybrid metaheuristics: An introduction. In: _____. *Hybrid Metaheuristics: An Emerging Approach to Optimization*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. p. 1–30. ISBN 978-3-540-78295-7. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-78295-7_1>. Citado na página 23.
- BOUSSAÏD, I.; LEPAGNOT, J.; SIARRY, P. A survey on optimization metaheuristics. *Information Sciences*, v. 237, n. Supplement C, p. 82 – 117, 2013. ISSN 0020-0255. Prediction, Control and Diagnosis using Advanced Neural Computations. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025513001588>>. Citado 4 vezes nas páginas 17, 30, 31 e 38.
- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. *Transportation Science*, v. 39, n. 1, p. 104–118, 2005. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1030.0056>>. Citado na página 57.
- CHEN, M.; THILL, J.-C.; DELMELLE, E. iglass: An open source sdss for public school location-allocation. In: _____. *GeoComputational Analysis and Modeling of Regional Systems*. Cham: Springer International Publishing, 2018. p. 325–353. ISBN 978-3-319-59511-5. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-59511-5_17>. Citado na página 18.
- CHEN, Y. et al. Evaluating hyperheuristics and local search operators for periodic routing problems. In: CHICANO, F.; HU, B.; GARCÍA-SÁNCHEZ, P. (Ed.). *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*. Cham: Springer International Publishing, 2016. p. 104–120. ISBN 978-3-319-30698-8. Citado na página 61.
- CHISMAN, J. A. The clustered traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, v. 2, n. 2, p. 115 – 119, 1975. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305054875900155>>. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 42.
- CHRISTOFIDES, N.; BEASLEY, J. E. The period routing problem. *Networks*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 14, n. 2, p. 237–256, 1984. ISSN 1097-0037. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/net.3230140205>>. Citado na página 26.
- CROES, G. A. A method for solving traveling-salesman problems. *Operations Research*, v. 6, n. 6, p. 791–812, 1958. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.6.6.791>>. Citado na página 34.
- CURTIN, K. M.; HAYSLETT-MCCALL, K.; QIU, F. Determining optimal police patrol areas with maximal covering and backup covering location models. *Networks and Spatial Economics*, v. 10, n. 1, p. 125–145, Mar 2010. ISSN 1572-9427. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11067-007-9035-6>>. Citado na página 18.
- DANTRAKUL, S.; LIKASIRI, C.; PONGVUTHITHUM, R. Applied p-median and p-center algorithms for facility location problems. *Expert Systems with*

- Applications*, v. 41, n. 8, p. 3596 – 3604, 2014. ISSN 0957-4174. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417413009883>>. Citado na página 28.
- DANTZIG, G.; FULKERSON, R.; JOHNSON, S. Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Journal of the operations research society of America*, INFORMS, v. 2, n. 4, p. 393–410, 1954. Citado 3 vezes nas páginas 24, 26 e 42.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Management Science*, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>>. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 26.
- DORIGO, M. Optimization, learning and natural algorithms. *Ph. D. Thesis, Politecnico di Milano, Italy*, 1992. Citado na página 31.
- DUMAS, Y. et al. An optimal algorithm for the traveling salesman problem with time windows. *Operations Research*, v. 43, n. 2, p. 367–371, 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.43.2.367>>. Citado na página 26.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, v. 6, n. 2, p. 109–133, 1995. ISSN 1573-2916. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01096763>>. Citado 4 vezes nas páginas 17, 31, 35 e 54.
- FERNANDES, F. R. dos S. *Metaheurísticas Evolutivas Aplicadas ao Problema de Roteamento de Veículos em uma Empresa de Laticínios no Interior do Rio Grande do Norte: uma Abordagem Via Algoritmos Genético e Memético*. 83 f. Monografia (Graduação) — Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Angicos, RN, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 32.
- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York, NY, USA: W. H. Freeman & Co., 1979. ISBN 0716710447. Citado 3 vezes nas páginas 17, 24 e 26.
- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *Computers and Intractability; A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York, NY, USA: W. H. Freeman & Co., 1990. ISBN 0716710455. Citado na página 29.
- GIANNAKOS, A. Location problems. In: _____. *Paradigms of Combinatorial Optimization*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2013. p. 61–87. ISBN 9781118600207. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/9781118600207.ch3>>. Citado na página 16.
- GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, v. 13, n. 5, p. 533 – 549, 1986. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305054886900481>>. Citado na página 31.
- GOERIGK, M.; HAMACHER, H. W.; KINSCHERFF, A. Ranking robustness and its application to evacuation planning. *European Journal of Operational Research*, v. 264, n. 3, p. 837 – 846, 2018. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221716303745>>. Citado na página 18.
- GOLDBARG, M. C.; GOUVEIA GOLDBARG, E.; LUNA, H. P. L. *Otimização combinatória e meta-heurísticas: algoritmos e aplicações*. 1th. ed. [S.l.]: Elsevier, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 16, 22, 25 e 32.

GOLDBERG, D. E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison Wesley. Reading, 1989. Citado 5 vezes nas páginas 17, 31, 32, 54 e 61.

GONÇALVES, J. F.; RESENDE, M. G. C. Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization. *Journal of Heuristics*, v. 17, n. 5, p. 487–525, Oct 2011. ISSN 1572-9397. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10732-010-9143-1>>. Citado na página 22.

GOOGLE MAPS. *Google Maps*. 2016. <<https://www.google.com.br/maps>>. 21 de set. de 2016. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 86.

GRÖTSCHEL, M.; LOVÁSZ, L. Handbook of combinatorics (vol. 2). In: GRAHAM, R. L.; GRÖTSCHEL, M.; LOVÁSZ, L. (Ed.). Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1995. cap. Combinatorial Optimization, p. 1541–1597. ISBN 0-262-07171-1. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=233228.233237>>. Citado na página 22.

GURGEL, A. M. *Melhoria da Segurança Pública: Uma proposta para alocação de unidades policiais utilizando o modelo das p-medianas e do caixeiro viajante*. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2010. Citado na página 53.

GUTIN, G.; PUNNEN, A. P. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. Boston, MA: Springer Science & Business Media, 2007. ISBN 978-1-4020-0664-7. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 26.

HAKIMI, S. L. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research*, v. 12, n. 3, p. 450–459, 1964. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.12.3.450>>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 42.

HAKIMI, S. L. Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems. *Operations Research*, v. 13, n. 3, p. 462–475, 1965. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.13.3.462>>. Citado na página 28.

HOLLAND, J. H. Adaptation in natural and artificial systems. an introductory analysis with application to biology, control, and artificial intelligence. *Ann Arbor, MI: University of Michigan Press*, 1975. Citado 4 vezes nas páginas 17, 31, 32 e 54.

JOHNSON, D. S.; MCGEOCH, L. A. The traveling salesman problem: A case study in local optimization. *Local search in combinatorial optimization*, Chichester, UK, v. 1, p. 215–310, 1997. Citado na página 26.

KALANTARI, B.; HILL, A. V.; ARORA, S. R. An algorithm for the traveling salesman problem with pickup and delivery customers. *European Journal of Operational Research*, v. 22, n. 3, p. 377 – 386, 1985. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221785902577>>. Citado na página 26.

KARABOGA, D.; BASTURK, B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (abc) algorithm. *Journal of Global Optimization*, v. 39, n. 3, p. 459–471, Nov 2007. ISSN 1573-2916. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10898-007-9149-x>>. Citado na página 31.

- KARP, R. M. Reducibility among combinatorial problems. In: _____. *Complexity of Computer Computations*. Boston, MA: Springer US, 1972. p. 85–103. ISBN 978-1-4684-2001-2. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2_9>. Citado 4 vezes nas páginas 17, 24, 26 e 42.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 1942–1948 vol.4. Citado na página 31.
- KIRKPATRICK, S. et al. Optimization by simulated annealing. *science*, Washington, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983. Citado na página 31.
- KUO, R.; ZULVIA, F. E.; SURYADI, K. Hybrid particle swarm optimization with genetic algorithm for solving capacitated vehicle routing problem with fuzzy demand – a case study on garbage collection system. *Applied Mathematics and Computation*, v. 219, n. 5, p. 2574 – 2588, 2012. ISSN 0096-3003. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300312008855>>. Citado na página 18.
- LACHTERMACHER, G. *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões: Modelagem em Excel*. 5th. ed. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2016. ISBN 978-85-216-3031-9. Citado na página 22.
- LANGEVIN, A.; SOUMIS, F.; DESROSIERS, J. Classification of travelling salesman problem formulations. *Oper. Res. Lett.*, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v. 9, n. 2, p. 127–132, mar. 1990. ISSN 0167-6377. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0167-6377\(90\)90052-7](http://dx.doi.org/10.1016/0167-6377(90)90052-7)>. Citado na página 26.
- LAPORTE, G. The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, v. 59, n. 2, p. 231 – 247, 1992. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037722179290138Y>>. Citado na página 26.
- LAPORTE, G.; PALEKAR, U. Some applications of the clustered travelling salesman problem. *Journal of the Operational Research Society*, v. 53, n. 9, p. 972–976, Sep 2002. ISSN 1476-9360. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601420>>. Citado na página 27.
- LAWLER, E. et al. *The Traveling Salesman Problem*. Chichester: John Wiley & Sons, 1985. (Wiley Interscience Series in Discrete Mathematics). Citado na página 26.
- LIMA JÚNIOR, F. C. *Algoritmo Q-learning como estratégia de exploração e/ou exploração para metaheurísticas GRASP e algoritmo genético*. 110 p. Doutorado em Engenharia Elétrica e de Computação — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 35.
- LINDEN, R. *Algoritmos Genéticos*. 3th. ed. Rio de Janeiro, Brasil: Editora Ciência Moderna Ltda, 2012. ISBN 978-85-399-0195-1. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.
- LOURENÇO, H. R.; MARTIN, O. C.; STÜTZLE, T. Iterated local search: Framework and applications. In: _____. *Handbook of Metaheuristics*. Boston, MA: Springer US, 2010. p. 363–397. ISBN 978-1-4419-1665-5. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1665-5_12>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

- MESTRIA, M. A Hybrid Heuristic Algorithm for the Clustered Traveling Salesman Problem. *Pesquisa Operacional*, scielo, v. 36, p. 113 – 132, 04 2016. ISSN 0101-7438. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382016000100113&nrm=iso>. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 42.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, v. 24, n. 11, p. 1097 – 1100, 1997. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897000312>>. Citado na página 32.
- MOSCATO, P. On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms. *Caltech concurrent computation program, C3P Report*, Citeseer, Pasadena, CA, v. 826, p. 1989, 1989. Citado 4 vezes nas páginas 17, 31, 34 e 54.
- MOSCATO, P. *Problemas de Otimização NP, Aproximabilidade e Computação Evolutiva: Da Prática à Teoria*. 225 p., Campinas, SP, 2001. Citado na página 17.
- PARANÁ, G. do Estado do. *Patrulha Escolar*. 2018. Disponível em: <<http://www.seguranca.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=26>>. Acesso em: 16 de fev. de 2018. Citado na página 39.
- PENNA, P. H. V.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, v. 19, n. 2, p. 201–232, Apr 2013. ISSN 1572-9397. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10732-011-9186-y>>. Citado 3 vezes nas páginas 57, 61 e 68.
- REINELT, G. *The Traveling Salesman: Computational Solutions for TSP Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1994. ISBN 3-540-58334-3. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 26.
- RESENDE, M. G.; RIBEIRO, C. C. Greedy randomized adaptive search procedures: Advances, hybridizations, and applications. In: _____. *Handbook of Metaheuristics*. Boston, MA: Springer US, 2010. p. 283–319. ISBN 978-1-4419-1665-5. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1665-5_10>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 66.
- REVELLE, C. Chapter 27 urban public facility location. In: *Urban Economics*. Elsevier, 1987, (Handbook of Regional and Urban Economics, Supplement C). p. 1053 – 1096. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1574008087800135>>. Citado na página 18.
- REYNOLDS, R. G. An introduction to cultural algorithms. In: SINGAPORE. *Proceedings of the third annual conference on evolutionary programming*. [S.l.], 1994. v. 131139. Citado na página 34.
- ROSA, R. S. *Aplicação de P-Mediana para atendimento aos colégios estaduais por viaturas do Batalhão de Patrulha Escolar*. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 53.
- SCHRIJVER, A. *Combinatorial optimization: polyhedra and efficiency*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2003. ISBN 978-3-540-44389-6. Citado na página 22.
- SEIXAS, S. R. Violência escolar: Metodologias de identificação dos alunos agressores e/ou vítimas. *Análise Psicológica*, v. 23, n. 2, p. 97–110, 2012. ISSN 0870-8231. Citado na página 16.

SÖRENSEN, K. Metaheuristics—the metaphor exposed. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Online Library, v. 22, n. 1, p. 3–18, 2015. ISSN 1475-3995. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/itor.12001>>. Citado na página 16.

STÜTZLE, T. G. *Local Search Algorithms for Combinatorial Problems: Analysis, Improvements, and New Applications*. Tese (Doutorado) — Darmstadt University of Technology, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 17, 32, 37 e 54.

SUBRAMANIAN, A. et al. Um algoritmo heurístico baseado em *Iterated Local Search* para problemas de roteamento de veículos. In: LOPES, H. S.; RODRIGUES, L. C. de A.; STEINER, M. T. A. (Ed.). *Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional*. 1. ed. Curitiba, PR: Omnipax, 2013. cap. 11, p. 165–180. ISBN 978-85-64619-10-4. Citado na página 57.

TALBI, E.-G. *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Hoboken, NJ: Wiley Publishing, 2009. ISBN 0470278587, 9780470278581. Citado 4 vezes nas páginas 16, 24, 30 e 31.

TANDABANI, A. et al. A comparative study of meta heuristic approach for cutting stock problem. In: *2016 International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–4. Citado na página 16.

TEODOROVIC, D.; DELL'ORCO, M. Bee colony optimization—a cooperative learning approach to complex transportation problems. *Advanced OR and AI methods in transportation*, Proceedings of the 10th EWGT Meeting, Poznan, p. 51–60, 2005. Citado na página 31.

TOREGAS, C. et al. The location of emergency service facilities. *Operations Research*, v. 19, n. 6, p. 1363–1373, 1971. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.19.6.1363>>. Citado na página 18.

VOUDOURIS, C.; TSANG, E. Partial constraint satisfaction problems and guided local search. *Proceedings of Second International Conference on Practical Application of Constraint Technology (PACT'96)*, London, p. 337–356, 1996. Citado na página 31.

Apêndices

APÊNDICE A – PRODUÇÃO CIENTÍFICA

Durante o desenvolvimento deste estudo, os seguintes trabalhos foram publicados e submetidos para publicação:

- Título:** Metaheurísticas para Otimização do Roteamento de Veículos da Ronda Escolar em Mossoró;
Autores: Felipe R. dos S. Fernandes, Ingridy M. P. Barbalho, Marcelino P. S. Silva, Francisco C. de Lima Júnior, Matheus da S. Menezes;
Veículo: *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*;
Resultado: Publicado (2018).
- Título:** Metaheurísticas Aplicadas à Otimização de Rotas da Ronda Escolar: Estudo Experimental Realizado na Cidade de Mossoró;
Autores: Felipe R. dos S. Fernandes, Ingridy M. P. Barbalho, Francisco C. de Lima Júnior, Carlos H. P. Liberalino, Marcelino P. S. Silva;
Veículo: XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional;
Resultado: Publicado (2017).
- Título:** Um Estudo Comparativo de Metaheurísticas Populacionais e Solução Única em Problemas Combinatórios;
Autores: Felipe R. dos S. Fernandes, Ingridy M. P. Barbalho, Daniel V. Souza Francisco C. de Lima Júnior, Carlos H. P. Liberalino;
Veículo: *Computer On The Beach*;
Resultado: Aceito (2018).
- Título:** Proposta de Aplicação do Modelo das p-Medianas para Formação de *Clusters* para o Problema da Patrulha Escolar;
Autores: Felipe R. dos S. Fernandes, Ingridy M. P. Barbalho, Daniel V. Souza Francisco C. de Lima Júnior, Carlos H. P. Liberalino;
Veículo: *Computer On The Beach*;
Resultado: Aceito (2018).

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO

1. Em Mossoró/RN existe o Programa de Ronda Escolar?
2. Como funciona o Programa de Ronda Escolar?
 - (a) Quais escolas são contempladas pelo Programa (públicas e privadas)?
 - (b) O Programa atende as escolas da zona rural?
 - (c) Quantas e quais escolas são atendidas?
3. Em relação ao funcionamento da ronda:
 - (a) Qual período de realização (se é diário ou não)?
 - (b) Qual horário (inicial e final da ronda / dia)?
 - (c) Recursos disponíveis (em relação a viaturas ou transportes para patrulha)?
 - (d) Como se divide os recursos (se há mais de uma patrulha atuando)? Existe divisão de regiões de patrulha no município?
4. Em relação a rota:
 - (a) Existe planejamento prévio para definição de rotas (se existem rotas definidas)?
 - (b) Como a Ronda Escolar reage em casos de emergências (por exemplo: a patrulha se encontra em uma determinada escola, e dado uma ocorrência em uma outra, o que será feito)?
5. Quais são as principais dificuldades enfrentadas pela Ronda Escolar?

APÊNDICE C – MATRIZ DE CUSTO

Tabela 11 – Matriz de custo.

Km	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1	0	4	3	3,8	4,8	5	3,2	2,1	1,6	1,6	1,6	1,1	7,4	8,3	6	5,9	5,3	5,2	4,5	3,8	3,7	4,5	4,6	2,8	2,5	1,3	8,1	6,4	1,8	3,4	
2	4	0	1,4	0,45	0,85	1	0,65	2	2,5	2,6	2,3	3	4,9	5,8	3,3	4,3	4,5	4,3	3	1,4	1	1,9	1,2	2,2	1,8	4	5,5	3,8	5,2	2	
3	5,3	2,1	0	1,9	2,6	2,5	1,7	2	2,3	3,6	2,9	2,8	4,7	5	3,3	3,2	3,2	2,8	1,9	2,3	2,1	2,7	2,9	2,9	2,4	3,9	5,2	3,7	6,2	1,7	
4	3,8	0,45	1,2	0	1	1,1	0,45	1,7	2,2	2,4	2	2,7	4,7	5,6	3,2	4,2	4,3	4	2,9	1,2	0,8	1,6	1	2	1,6	3,8	5,4	3,6	5	1,7	
5	4,8	0,8	2,2	1,1	0	0,17	1,5	2,8	3,3	3,4	3,1	3,8	4,8	5	3,3	4,2	4,4	4,3	3,4	2,2	1,8	2,8	2	3,1	2,7	4,8	5,2	3,7	6	2,8	
6	5	1	2,2	1,1	2,1	0	1,6	2,9	3,4	3,6	3,3	4	4,2	4,8	3,1	4,1	4,2	4,1	3,3	2,3	1,9	2,8	2,1	3,2	2,7	5	3,6	6,2	2,9		
7	3,3	0,65	0,55	0,45	1,5	1,7	0	1,3	1,8	2	1,6	2,3	4,9	5,8	3,4	3,7	3,7	3,4	2,4	0,85	0,45	1,2	1,2	1,6	1,2	3,3	5,6	3,8	4,5	1,3	
8	2,1	2	1,1	1,7	2,8	3	1,2	0	0,55	0,7	1,1	1,1	5,8	6,7	4,4	4,2	4,2	4	3	1,8	1,7	2,3	2,5	1,1	0,4	2,1	6,5	4,8	3,3	1,5	
9	1,6	2,5	1,5	2,3	3,4	3,5	1,8	0,6	0	0,15	1,4	1,3	6	6,9	4,2	3,9	3,9	3,9	2,4	2,4	2,3	2,8	3,1	1,7	1	1,6	6,6	5	3,2	1,4	
10	1,6	2,7	1,7	2,4	3,5	3,7	1,9	0,75	0,15	0	1,6	1,5	5,8	6,7	3,9	3,7	3,7	3,6	2,3	2,5	2,4	3	3,2	1,9	1,1	1,5	6,5	4,8	3,3	1,6	
11	1,6	2,5	1,5	2,2	3,3	3,5	1,8	0,55	0,75	0,9	0	1,4	6,5	7,4	5	5,2	5,2	4,9	3,9	1,5	1,5	2,1	2,3	0,65	0,65	2,5	7,4	5,4	3,6	2,6	
12	0,95	3,2	2,2	2,9	4	4,2	2,4	1,3	1,4	1,6	0,65	0	6,9	7,8	6,3	5,6	5,3	5,5	4,8	3	2,9	3,8	3,8	2,2	1,7	1,6	7,6	5,9	2,3	2,7	
13	6,6	5,4	5,4	5,3	6	5,3	5,4	5,7	6,3	5,5	5,4	6,5	0	0,9	2,4	3,4	3,5	3,4	3,1	5,3	5,2	5,8	6	6,1	5,4	5,2	0,65	2,8	7,5	3,9	
14	7,5	5,7	5,6	5,5	5,8	5	5,7	6	6,3	6,5	6,3	6,8	0,65	0	2,3	2,3	2,2	2,2	2,9	4	6,2	6,1	6,7	6,9	7	6,3	6,1	0,24	1,5	8,2	4,8
15	5,8	3,3	3,7	3,1	3,8	3,2	3,3	4,2	4,3	4,1	4,6	5,2	2,9	2,3	0	0,95	1,1	1	1,7	4,2	3,8	4,6	4,5	4,9	4,5	4,5	2,5	0,8	6,5	3,2	
16	4,9	4,3	3,9	4,1	4,3	4,2	4	4,2	3,9	3,7	4,6	5,1	2,7	2,2	1	0	0,16	0,65	1,7	4,1	4,4	4,9	5,5	5,3	4,6	4,2	2,4	0,85	6,1	3,1	
17	5,8	4,5	3,9	4,1	4,3	4,2	4	4,2	3,9	3,7	4,6	5,1	2,6	2,2	1,1	0,16	0	0,65	1,7	4,5	4,4	4,9	5,2	5,3	4,6	4,2	2,3	0,9	6,1	3,1	
18	5,3	4,2	3,4	3,7	4,3	4,2	3,5	3,7	3,4	3,3	4,1	4,6	3,3	2,8	0,9	0,6	0,65	0	1,4	4,1	4	4,6	4,9	5	4,3	3,9	3	1,4	5,8	2,8	
19	4,1	3,3	2,6	2,8	3,5	3,6	2,7	2,8	2,5	2,3	3,2	3,8	4,5	3,8	1,6	1,7	1,7	1,2	0	3,2	3	3,6	3,9	4	3,3	2,7	4	2,4	5	1,8	
20	3,8	1,4	1,3	1,2	2,2	2,3	0,7	1,8	2,3	2,5	2,3	2,8	6,4	6,7	4	4,4	4,5	3,9	3	0	0,4	0,45	0,7	1,1	1,7	3,8	6,4	4,7	4,9	1,8	
21	3,7	1	1	0,8	1,8	1,9	0,45	1,7	2,2	2,3	2,2	2,7	5,9	6,2	3,7	4,7	4,3	3,8	3	0,4	0	0,8	0,8	1,4	1,6	3,7	6	4,2	4,9	1,7	
22	4	1,1	1,4	1,4	2,5	2,7	1	2	2,5	2,6	2,5	3	6,5	6,8	4,4	4,6	5,1	4,1	3,3	0,4	0,75	0	0,7	1,2	1,8	4	6,6	4,8	5,2	2	
23	4,7	1,2	2	1	2	2,1	1,2	2,7	3	3,2	3,1	3,5	7,2	6,6	4,2	5,1	5,3	4,9	3,8	0,7	0,8	0,6	0	1,8	2,4	4,7	6,4	4,6	5,9	2,5	
24	5,4	1,6	2	2	3,1	3,3	1,6	1,1	1,5	1,7	2,5	0,4	1,8	7,4	7,5	5,1	5,3	5,3	4,8	3,9	1,1	1,4	1,7	0	0,75	2,9	7,3	5,5	4,1	2,6	
25	2,3	1,2	1,3	1,6	2,7	2,8	1,2	0,4	0,8	1	0,75	1,3	6,7	6,7	4,6	4,5	4,5	3,9	3,2	1,7	1,6	2,1	2,4	3,5	0	2,3	6,7	5	3,5	1,8	
26	1,6	3,3	3,1	4,6	5,3	5,4	4,4	2,9	1,7	1,6	1,6	2,1	6,6	6,9	3,9	4,5	3,9	3,5	2,4	4	3,9	4,7	4,7	6,4	2,8	0	6,7	4,8	2,7	3,1	
27	7,2	5,6	4,7	5,3	4,5	4,3	5,5	5,7	6,1	6,3	6,1	6,6	0,4	0,24	2,5	2,5	2,3	3,1	3,8	6	5,9	6,4	6,7	7,1	6,1	5,9	0	1,7	8	4,6	
28	7,3	3,8	3,7	3,6	3,3	3,2	3,8	4,8	4,8	4,7	5,2	5,7	2	1,5	0,8	0,85	0,9	1,4	2,4	4,5	4,2	5,2	4,6	5,4	5	4,9	1,7	0	7,1	3,7	
29	1,8	1,3	4,2	5	6	6,2	4,5	3,3	3,4	3,3	3,6	2,3	9,1	9,3	7	6,4	6,4	6,4	5,6	4,9	5	5,5	5,7	3,8	3,6	2,4	9,1	7,4	0	4,6	
30	3	2	0,8	1,6	2,8	2,7	1,2	1,5	1,4	1,5	2,5	2,2	5,6	5,2	3,4	3,3	3,4	2,9	1,5	1,8	1,7	2,3	2,5	3,6	1,9	2,6	5,4	4	4,6	0	

Fonte: Google Maps (2016).

APÊNDICE D – MELHORES RESULTADOS

Tabela 12 – Melhores resultados do Algoritmo Genético.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	T(s)	Referência
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ			
m30	30	95,88	109,03	4,15	63,91	72,68	2,76	2	7,62	Tabela 31
m20	20	57,69	65,84	3,46	38,45	43,89	2,31	2	7,72	Tabela 32
m15	15	41,52	46,61	2,04	27,67	31,07	1,36	2	5,04	Tabela 28
m10	10	25,53	27,10	0,81	17,02	18,06	0,54	2	3,62	Tabela 34

Tabela 13 – Melhores resultados do Algoritmo Memético 20%.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	T(s)	Referência
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ			
m30	30	54,26	62,96	2,74	36,17	41,96	1,83	2	174,00	Tabela 60
m20	20	43,19	49,24	1,92	28,78	32,82	1,28	2	26,25	Tabela 44
m15	15	37,85	40,13	0,84	25,22	26,74	0,56	2	27,36	Tabela 60
m10	10	25,53	25,94	0,56	17,02	17,29	0,37	2	10,06	Tabela 56

Tabela 14 – Melhores resultados do Algoritmo Memético 40%.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	T(s)	Referência
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ			
m30	30	53,66	62,13	2,87	35,77	41,41	1,92	2	81,19	Tabela 85
m20	20	43,34	48,61	1,86	28,88	32,39	1,24	2	50,51	Tabela 68
m15	15	37,85	40,00	0,88	25,22	26,66	0,59	2	23,21	Tabela 72
m10	10	25,53	25,85	0,49	17,02	17,23	0,33	2	8,89	Tabela 76

Tabela 15 – Melhores resultados do GRASP.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	T(s)	Referência
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ			
m30	30	81,35	90,55	3,45	54,22	60,36	2,30	2	95,55	Tabela 111
m20	20	47,60	55,72	2,37	31,72	37,14	1,58	2	59,44	Tabela 124
m15	15	39,49	41,40	0,77	26,32	27,59	0,51	2	26,42	Tabela 100
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	4,74	Tabela 99

Tabela 16 – Melhores resultados do ILS.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	T(s)	Referência
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ			
m30	30	48,66	56,56	2,69	32,42	37,70	1,79	2	93,99	Tabela 159
m20	20	41,75	43,18	1,56	27,83	28,78	1,04	2	53,60	Tabela 160
m15	15	39,05	39,31	0,24	26,02	26,21	0,16	2	2,10	Tabela 158
m10	10	25,53	25,66	0,41	17,02	17,11	0,27	2	0,78	Tabela 157

APÊNDICE E – EXPERIMENTOS AG

Tabela 17 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	106,43	116,85	4,55	70,95	77,89	3,03	2	1,30
m20	20	60,95	72,17	3,74	40,63	48,11	2,49	2	1,00
m15	15	45,92	50,38	2,78	30,62	33,58	1,85	2	0,82
m10	10	25,92	27,34	0,63	17,27	18,22	0,42	2	0,81

Tabela 18 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	102,3	112,93	5,0	68,2	75,28	3,3	2	2,60
m20	20	65,35	69,91	2,48	43,55	46,60	1,65	2	2,00
m15	15	44,22	48,36	2,05	29,47	32,23	1,37	2	1,69
m10	10	25,69	27,27	0,77	17,12	18,17	0,518	2	1,38

Tabela 19 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	100,14	112,27	5,02	66,75	74,84	3,34	2	3,78
m20	20	62,64	69,00	2,32	41,76	45,99	1,55	2	3,15
m15	15	42,73	48,33	2,28	28,47	32,21	1,52	2	3,01
m10	10	25,76	26,76	0,67	17,17	17,83	0,45	2	2,34

Tabela 20 – AG: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	102,21	111,11	3,71	68,14	74,06	2,47	2	5,03
m20	20	63,71	68,64	2,29	42,47	45,75	1,52	2	4,18
m15	15	44,68	47,55	1,69	29,77	31,69	1,13	2	4,02
m10	10	25,68	26,84	0,60	17,12	17,89	0,40	2	3,11

Tabela 21 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	104,39	117,31	3,90	69,59	78,20	2,60	2	1,43
m20	20	61,96	70,50	3,51	41,31	47,00	2,34	2	1,13
m15	15	45,3	49,89	2,49	30,2	33,25	1,66	2	0,91
m10	10	25,69	27,52	0,74	17,12	18,342	0,49	2	0,72

Tabela 22 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	101,63	114,35	4,92	67,75	76,22	3,28	2	2,97
m20	20	67,36	71,35	2,11	44,90	47,56	1,41	2	2,20
m15	15	45,05	48,37	1,75	30,02	32,24	1,16	2	1,98
m10	10	25,68	26,89	0,76	17,12	17,92	0,51	2	1,49

Tabela 23 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	104,11	112,00	3,46	69,40	74,66	2,31	2	4,35
m20	20	61,74	67,81	3,12	41,16	45,201	2,08	2	3,25
m15	15	43,17	47,90	2,05	28,77	31,93	1,37	2	3,26
m10	10	25,61	26,45	0,63	17,07	17,63	0,42	2	2,16

Tabela 24 – AG: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	108,16	113,46	3,25	72,10	75,63	2,17	2	5,73
m20	20	64,04	68,92	2,15	42,68	45,94	1,43	2	4,40
m15	15	44,35	47,67	1,46	29,57	31,77	0,97	2	4,35
m10	10	25,76	26,82	0,67	17,17	17,87	0,45	2	2,87

Tabela 25 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	105,05	115,48	4,60	70,02	76,98	3,06	2	1,93
m20	20	63,99	71,60	2,72	42,65	47,73	1,81	2	1,24
m15	15	45,99	50,49	2,08	30,65	33,66	1,38	2	1,00
m10	10	25,99	27,77	0,67	17,32	18,51	0,44	2	0,77

Tabela 26 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	100,19	113,73	4,45	66,79	75,81	2,96	2	3,85
m20	20	61,13	69,03	3,38	40,75	46,02	2,25	2	2,39
m15	15	44,67	48,31	2,08	29,77	32,20	1,39	2	2,03
m10	10	25,68	27,11	0,75	17,12	18,07	0,49	2	1,59

Tabela 27 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	106,71	112,92	3,54	71,14	75,27	2,36	2	5,72
m20	20	63,80	68,59	2,13	42,52	45,72	1,42	2	3,54
m15	15	44,33	48,30	1,71	29,55	32,20	1,14	2	3,59
m10	10	25,69	26,75	0,72	17,12	17,83	0,48	2	2,34

Tabela 28 – AG: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	100,58	111,26	4,61	67,05	74,16	3,07	2	7,80
m20	20	58,14	67,91	3,22	38,76	45,27	2,14	2	5,79
m15	15	41,52	46,61	2,04	27,67	31,07	1,36	2	5,04
m10	10	25,68	26,68	0,64	17,12	17,78	0,42	2	3,18

Tabela 29 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	99,60	112,94	4,64	66,40	75,29	3,09	2	2,62
m20	20	65,64	70,03	2,95	43,76	46,68	1,97	2	2,05
m15	15	44,44	48,82	2,28	29,62	32,54	1,52	2	1,63
m10	10	25,68	27,47	0,90	17,12	18,31	0,60	2	1,72

Tabela 30 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	105,62	111,94	3,37	70,40	74,61	2,24	2	5,11
m20	20	62,55	69,03	2,26	41,70	46,02	1,50	2	3,82
m15	15	43,96	48,02	2,09	29,30	32,00	1,39	2	3,19
m10	10	25,61	26,87	0,70	17,07	17,91	0,46	2	3,49

Tabela 31 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	95,88	109,03	4,15	63,91	72,68	2,76	2	7,62
m20	20	61,07	67,65	2,76	40,71	45,09	1,84	2	5,72
m15	15	43,80	47,24	1,49	29,20	31,49	0,99	2	4,75
m10	10	25,68	26,74	0,73	17,12	17,82	0,49	2	5,06

Tabela 32 – AG: #ger = 1000; #rep = 40%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	102,74	109,37	4,05	68,49	72,91	2,70	2	11,55
m20	20	57,69	65,84	3,46	38,45	43,89	2,31	2	7,72
m15	15	43,01	46,22	1,46	28,67	30,81	0,97	2	6,32
m10	10	25,76	26,78	0,49	17,17	17,85	0,33	2	6,67

Tabela 33 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	103,45	114,58	4,03	68,96	76,38	2,69	2	3,21
m20	20	59,96	70,01	3,71	39,96	46,66	2,47	2	2,26
m15	15	43,55	48,36	2,08	29,02	32,24	1,38	2	1,76
m10	10	26,29	27,65	0,64	17,52	18,43	0,42	2	1,79

Tabela 34 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	98,94	111,61	4,26	65,95	74,40	2,84	2	5,90
m20	20	61,52	67,79	2,68	41,00	45,19	1,78	2	4,41
m15	15	44,06	47,73	1,74	29,37	31,81	1,16	2	3,64
m10	10	25,53	27,10	0,81	17,02	18,06	0,54	2	3,62

Tabela 35 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	103,08	110,59	3,53	68,72	73,72	2,35	2	8,68
m20	20	61,29	67,20	2,66	40,85	44,79	1,78	2	6,57
m15	15	43,39	47,01	1,72	28,92	31,34	1,15	2	5,71
m10	10	25,84	26,81	0,47	17,22	17,87	0,31	2	5,15

Tabela 36 – AG: #ger = 1000; #rep = 50%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	103,04	109,79	3,12	68,69	73,19	2,08	2	11,43
m20	20	60,80	66,05	2,51	40,52	44,03	1,67	2	8,63
m15	15	43,16	46,17	1,23	28,77	30,77	0,82	2	7,09
m10	10	25,61	26,50	0,59	17,07	17,66	0,39	2	6,87

Tabela 37 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	98,12	113,84	5,31	65,41	75,89	3,54	2	3,16
m20	20	60,26	69,34	3,37	40,16	46,22	2,24	2	2,24
m15	15	44,78	49,24	2,10	29,85	32,82	1,40	2	1,93
m10	10	25,84	27,55	0,78	17,22	18,36	0,52	2	1,92

Tabela 38 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	100,97	110,69	4,60	67,31	73,79	3,06	2	6,55
m20	20	61,65	68,92	2,77	41,11	45,94	1,84	2	4,81
m15	15	43,84	47,95	1,94	29,22	31,96	1,29	2	3,94
m10	10	25,61	27,08	0,74	17,07	18,05	0,49	2	3,91

Tabela 39 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	103,68	110,74	3,64	69,11	73,82	2,43	2	10,58
m20	20	59,55	67,42	2,40	39,70	44,92	1,60	2	7,07
m15	15	44,63	47,26	1,39	29,75	31,50	0,92	2	5,83
m10	10	25,69	26,67	0,67	17,12	17,77	0,44	2	5,79

Tabela 40 – AG: #ger = 1000; #rep = 60%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	97,01	108,90	4,46	64,68	72,59	2,97	2	12,76
m20	20	62,12	66,80	2,60	41,41	44,53	1,73	2	9,81
m15	15	43,42	46,44	1,33	28,95	30,95	0,88	2	7,81
m10	10	25,68	26,54	0,57	17,12	17,69	0,38	2	6,98

APÊNDICE F – EXPERIMENTOS AM 20%

Tabela 41 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,35	66,10	1,96	40,90	44,06	1,31	2	20,57
m20	20	49,03	51,76	1,30	32,68	34,50	0,87	2	6,62
m15	15	39,11	41,53	1,27	26,07	27,68	0,85	2	3,13
m10	10	25,53	26,77	0,92	17,02	17,84	0,61	2	1,24

Tabela 42 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,39	65,56	2,18	40,91	43,70	1,46	2	40,87
m20	20	45,81	50,49	1,56	30,53	33,65	1,04	2	12,93
m15	15	39,12	40,92	0,94	26,07	27,27	0,63	2	6,20
m10	10	25,53	26,44	0,81	17,02	17,63	0,54	2	2,46

Tabela 43 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	60,64	64,52	2,23	40,42	43,00	1,48	2	61,72
m20	20	44,91	49,54	1,86	29,93	33,02	1,24	2	19,46
m15	15	38,81	40,70	0,89	25,87	27,12	0,59	2	9,32
m10	10	25,53	26,14	0,71	17,02	17,43	0,47	2	3,69

Tabela 44 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,14	63,91	1,93	40,76	42,60	1,28	2	82,36
m20	20	43,19	49,24	1,92	28,78	32,82	1,28	2	26,25
m15	15	39,05	40,07	0,68	26,02	26,71	0,45	2	12,44
m10	10	25,53	25,99	0,58	17,02	17,33	0,39	2	4,95

Tabela 45 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	62,73	66,71	2,56	41,81	44,46	1,71	2	20,60
m20	20	46,40	50,88	1,73	30,93	33,91	1,15	2	6,66
m15	15	37,85	41,58	1,40	25,22	27,71	0,94	2	3,27
m10	10	25,53	27,08	0,74	17,02	18,05	0,49	2	1,26

Tabela 46 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	59,43	64,52	2,28	39,61	43,00	1,52	2	41,06
m20	20	45,89	50,34	1,46	30,58	33,55	0,97	2	13,17
m15	15	38,66	40,66	0,99	25,77	27,10	0,66	2	6,331
m10	10	25,53	26,35	0,76	17,02	17,57	0,51	2	2,55

Tabela 47 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	60,19	64,21	2,22	40,12	42,80	1,48	2	62,07
m20	20	45,59	49,90	1,46	30,38	33,26	0,97	2	19,82
m15	15	39,12	40,42	0,79	26,07	26,94	0,53	2	9,46
m10	10	25,53	26,14	0,65	17,02	17,42	0,43	2	3,79

Tabela 48 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,42	63,63	2,30	38,27	42,41	1,53	2	82,97
m20	20	45,65	49,66	1,43	30,43	33,10	0,95	2	26,29
m15	15	38,81	40,11	0,81	25,87	26,73	0,54	2	12,58
m10	10	25,53	26,18	0,58	17,02	17,45	0,39	2	5,06

Tabela 49 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	59,00	66,34	3,34	39,32	44,22	2,22	2	20,73
m20	20	47,31	51,07	1,60	31,53	34,04	1,06	2	6,66
m15	15	39,18	41,38	1,30	26,12	27,58	0,86	2	4,00
m10	10	25,53	27,00	0,67	17,02	17,99	0,45	2	1,29

Tabela 50 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	55,84	64,56	2,64	37,22	43,03	1,76	2	41,19
m20	20	43,95	50,21	2,18	29,28	33,46	1,46	2	13,26
m15	15	39,56	40,78	0,82	26,37	27,18	0,54	2	7,70
m10	10	25,53	26,52	0,70	17,02	17,68	0,46	2	2,60

Tabela 51 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,60	64,59	1,66	41,05	43,05	1,10	2	62,32
m20	20	43,55	49,94	1,78	29,03	33,28	1,19	2	19,96
m15	15	39,18	40,56	0,71	26,12	27,03	0,47	2	12,34
m10	10	25,53	26,24	0,68	17,02	17,49	0,45	2	3,89

Tabela 52 – AM 20%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,31	64,39	1,87	40,86	42,91	1,25	2	82,94
m20	20	44,62	49,19	1,80	29,73	32,79	1,20	2	26,54
m15	15	39,50	40,39	0,65	26,32	26,92	0,43	2	13,68
m10	10	25,53	26,10	0,58	17,02	17,40	0,39	2	5,34

Tabela 53 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	59,82	65,09	2,34	39,87	43,38	1,56	2	50,46
m20	20	47,87	50,58	1,31	31,91	33,71	0,87	2	15,53
m15	15	39,11	41,29	1,08	26,07	27,52	0,72	2	6,25
m10	10	25,53	27,02	0,88	17,02	18,01	0,59	2	2,51

Tabela 54 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	58,75	63,80	2,09	39,15	42,52	1,39	2	86,16
m20	20	45,73	49,71	1,61	30,48	33,13	1,07	2	26,02
m15	15	39,11	40,43	1,00	26,07	26,94	0,66	2	12,42
m10	10	25,53	26,43	0,71	17,02	17,62	0,47	2	5,01

Tabela 55 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,39	63,19	1,85	38,25	42,12	1,23	2	132,89
m20	20	44,53	49,63	1,68	29,68	33,08	1,12	2	39,00
m15	15	38,81	40,30	0,81	25,87	26,86	0,54	2	18,57
m10	10	25,53	26,10	0,65	17,02	17,40	0,43	2	7,49

Tabela 56 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	55,25	62,64	2,19	36,82	41,75	1,4	2	175,69
m20	20	46,01	49,44	1,28	30,66	32,95	0,85	2	52,63
m15	15	38,81	40,30	0,86	25,87	26,86	0,57	2	24,92
m10	10	25,53	25,94	0,56	17,02	17,29	0,37	2	10,06

Tabela 57 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,61	65,29	2,20	41,07	43,51	1,46	2	41,32
m20	20	47,34	50,68	1,49	31,56	33,77	0,99	2	13,25
m15	15	39,33	41,28	0,91	26,22	27,51	0,61	2	6,30
m10	10	25,53	26,95	0,72	17,02	17,96	0,48	2	2,58

Tabela 58 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,16	64,09	1,86	40,76	42,72	1,24	2	82,27
m20	20	45,73	50,22	1,24	30,48	33,47	0,83	2	26,22
m15	15	39,12	40,97	0,91	26,07	27,29	0,61	2	12,69
m10	10	25,53	26,25	0,69	17,02	17,50	0,46	2	5,17

Tabela 59 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	55,11	63,55	2,58	36,72	42,36	1,72	2	124,18
m20	20	45,44	49,33	1,45	30,28	32,87	0,97	2	39,67
m15	15	38,66	40,27	0,94	25,77	26,84	0,62	2	18,99
m10	10	25,53	26,13	0,62	17,02	17,42	0,41	2	7,71

Tabela 60 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	54,26	62,96	2,74	36,17	41,96	1,83	2	174,00
m20	20	43,7	48,71	2,33	29,13	32,46	29,13	2	52,77
m15	15	37,85	40,13	0,84	25,22	26,74	0,56	2	27,36
m10	10	25,53	26,20	0,56	17,02	17,47	0,37	2	10,27

Tabela 61 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	60,05	65,26	2,75	40,01	43,50	1,83	2	41,39
m20	20	46,90	50,79	1,49	31,26	33,85	0,99	2	13,34
m15	15	38,66	41,48	1,26	25,77	27,64	0,84	2	6,36
m10	10	25,53	27,07	0,85	17,02	18,05	0,56	2	2,64

Tabela 62 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	59,02	63,92	2,07	39,32	42,61	1,38	2	82,41
m20	20	45,43	49,57	1,81	30,28	33,03	1,21	2	26,38
m15	15	39,11	40,81	0,98	26,07	27,20	0,65	2	12,75
m10	10	25,53	26,40	0,70	17,02	17,60	0,46	2	5,28

Tabela 63 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	59,13	63,63	1,97	39,42	42,41	1,31	2	125,24
m20	20	46,12	49,69	1,59	30,73	33,12	1,06	2	39,88
m15	15	38,81	40,37	0,78	25,87	26,90	0,52	2	19,25
m10	10	25,53	26,02	0,64	17,02	17,35	0,42	2	7,88

Tabela 64 – AM 20%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,19	62,92	2,20	38,12	41,94	1,47	2	165,98
m20	20	46,69	49,74	1,28	31,13	33,15	0,85	2	53,23
m15	15	38,66	40,12	0,68	25,77	26,74	31,63	2	31,63
m10	10	25,53	26,96	0,58	17,02	17,30	0,38	2	11,05

APÊNDICE G – EXPERIMENTOS AM 40%

Tabela 65 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	58,54	63,69	2,17	39,02	42,45	1,45	2	40,35
m20	20	46,10	50,45	1,36	30,73	33,62	0,90	2	12,71
m15	15	39,50	41,51	0,98	26,32	27,66	0,66	2	5,80
m10	10	25,53	27,18	0,77	17,02	18,11	0,51	2	2,11

Tabela 66 – AM40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	60,25	63,16	1,46	40,16	42,09	0,97	2	80,93
m20	20	47,51	50,04	0,90	31,66	33,35	0,60	2	24,95
m15	15	38,66	40,52	0,91	25,77	27,01	0,60	2	11,51
m10	10	25,53	26,29	0,68	17,02	17,52	0,45	2	4,20

Tabela 67 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	55,18	61,78	2,04	36,77	41,18	1,36	2	121,60
m20	20	43,93	49,31	1,57	29,28	32,86	1,05	2	37,46
m15	15	39,11	40,36	0,72	26,07	26,90	0,48	2	17,31
m10	10	25,53	26,13	0,58	17,02	17,42	0,38	2	6,28

Tabela 68 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 40%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	54,41	61,40	1,87	36,27	40,92	1,24	2	161,97
m20	20	43,34	48,61	1,86	28,88	32,39	1,24	2	50,51
m15	15	39,27	40,08	0,35	26,17	26,71	0,23	2	23,11
m10	10	25,53	25,90	0,53	17,02	17,26	0,35	2	8,47

Tabela 69 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	60,87	63,55	1,72	40,57	42,35	1,14	2	40,40
m20	20	47,23	50,50	1,27	31,48	33,66	0,85	2	12,72
m15	15	38,81	41,02	1,07	25,87	27,34	0,71	2	5,79
m10	10	25,53	26,88	0,91	17,02	17,92	0,60	2	2,13

Tabela 70 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	54,87	62,46	1,96	36,57	41,63	1,31	2	80,70
m20	20	44,97	49,91	1,30	29,98	33,26	0,87	2	24,99
m15	15	38,81	40,80	1,05	25,87	27,19	0,70	2	11,64
m10	10	25,53	26,35	0,69	17,02	17,57	0,46	2	4,28

Tabela 71 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	58,38	62,14	1,80	38,92	41,42	1,20	2	121,93
m20	20	44,00	49,24	1,71	29,33	32,82	1,14	2	37,86
m15	15	38,81	40,51	0,69	25,87	27,00	0,46	2	17,50
m10	10	25,53	25,94	0,62	17,02	17,29	0,41	2	6,43

Tabela 72 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 50%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,26	61,65	1,87	38,16	41,09	1,24	2	162,42
m20	20	44,76	48,83	1,65	29,83	32,55	1,10	2	50,67
m15	15	37,85	40,00	0,88	25,22	26,66	0,59	2	23,21
m10	10	25,53	25,91	0,54	17,02	17,27	0,36	2	9,12

Tabela 73 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	60,49	64,33	1,71	40,32	42,88	1,14	2	40,66
m20	20	47,38	50,78	1,49	31,58	33,85	0,99	2	12,65
m15	15	39,79	41,64	1,34	26,52	27,75	0,89	2	5,84
m10	10	25,53	26,87	0,77	17,02	17,91	0,51	2	2,45

Tabela 74 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	58,47	62,76	1,93	38,97	41,83	1,29	2	90,02
m20	20	44,84	49,23	1,59	29,88	32,81	1,06	2	25,04
m15	15	37,85	40,42	1,05	25,22	26,94	0,70	2	11,72
m10	10	25,53	26,25	0,63	17,02	17,50	0,41	2	4,55

Tabela 75 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	56,54	61,40	2,42	37,68	40,93	1,61	2	131,23
m20	20	44,90	49,10	1,41	29,93	32,72	0,94	2	38,03
m15	15	39,04	40,36	0,71	26,02	26,90	0,47	2	17,59
m10	10	25,53	26,17	0,69	17,02	17,45	0,45	2	6,49

Tabela 76 – AM 40%: #ger = 250; #rep = 60%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,92	57,70	1,75	38,46	41,27	1,16	2	163,28
m20	20	45,95	48,81	1,46	30,63	32,53	0,97	2	50,46
m15	15	38,81	40,06	0,74	25,87	26,70	0,49	2	28,12
m10	10	25,53	25,85	0,49	17,02	17,23	0,33	2	8,89

Tabela 77 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	59,74	63,38	1,88	39,81	42,24	1,25	2	80,75
m20	20	47,75	50,57	0,93	31,83	33,71	0,62	2	25,28
m15	15	39,42	41,23	1,09	26,27	27,47	0,72	2	12,69
m10	10	25,53	26,87	0,72	17,02	17,91	0,48	2	4,29

Tabela 78 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	58,77	61,79	1,63	39,17	41,18	1,08	2	161,18
m20	20	47,02	49,83	1,13	31,33	33,21	0,75	2	49,75
m15	15	39,18	40,54	0,69	26,12	27,02	0,46	2	34,71
m10	10	25,53	26,26	0,67	17,02	17,50	0,44	2	8,57

Tabela 79 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	58,00	61,88	1,57	38,66	41,24	1,05	2	243,95
m20	20	45,42	49,27	1,36	30,28	32,84	0,90	2	75,09
m15	15	39,18	40,54	0,69	26,12	27,02	0,46	2	34,71
m10	10	25,53	26,16	0,66	17,02	17,44	0,44	2	13,09

Tabela 80 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 40%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	56,23	60,92	1,75	37,47	40,60	1,17	2	324,03
m20	20	45,51	48,70	1,34	30,33	32,45	0,89	2	101,01
m15	15	38,66	39,98	0,68	25,77	26,64	0,45	2	46,17
m10	10	25,53	26,10	0,58	17,02	17,40	0,39	2	17,29

Tabela 81 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,19	63,21	2,25	38,12	42,13	1,50	2	81,00
m20	20	48,44	50,89	0,96	32,28	33,92	0,64	2	25,40
m15	15	39,03	41,25	1,14	26,02	27,49	0,76	2	11,59
m10	10	25,53	26,90	0,87	17,02	17,93	0,58	2	4,35

Tabela 82 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,03	61,88	1,62	38,01	41,25	1,08	2	161,38
m20	20	44,60	49,53	1,60	29,73	33,01	1,07	2	49,90
m15	15	39,42	40,66	0,66	26,27	27,10	0,44	2	23,39
m10	10	25,53	26,36	0,64	17,02	17,57	0,42	2	8,73

Tabela 83 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	55,62	61,00	1,93	37,07	40,66	1,29	2	243,51
m20	20	45,65	49,14	1,34	30,42	32,75	0,89	2	76,09
m15	15	39,12	40,37	0,78	26,07	26,90	0,52	2	34,96
m10	10	25,53	26,07	0,59	17,02	17,38	0,39	2	13,05

Tabela 84 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 50%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,67	62,27	1,43	38,44	41,51	0,95	2	324,7
m20	20	44,31	48,89	1,27	29,53	32,58	0,85	2	100,77
m15	15	39,05	40,50	0,62	26,02	26,99	0,41	2	46,64
m10	10	25,53	26,04	0,62	17,02	17,36	0,41	2	17,42

Tabela 85 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 25.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	53,66	62,13	2,87	35,77	41,41	1,92	2	81,19
m20	20	46,17	50,39	1,15	30,78	33,58	0,77	2	25,57
m15	15	39,26	41,60	1,28	26,17	27,73	0,85	2	11,72
m10	10	25,53	27,01	0,71	17,02	18,00	0,47	2	4,41

Tabela 86 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 50.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,87	61,95	1,77	38,57	41,29	1,18	2	161,40
m20	20	46,64	49,86	1,17	31,08	33,25	0,78	2	50,26
m15	15	39,13	40,82	0,95	26,07	27,20	0,64	2	23,41
m10	10	25,53	26,32	0,84	17,02	17,55	0,55	2	8,85

Tabela 87 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 75.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,57	61,08	1,62	38,37	40,71	1,08	2	244,61
m20	20	45,89	49,18	1,35	30,58	32,77	0,90	2	75,66
m15	15	39,03	40,27	0,81	26,02	26,83	0,54	2	35,39
m10	10	25,53	26,22	0,57	17,02	17,48	0,38	2	13,27

Tabela 88 – AM 40%: #ger = 500; #rep = 60%; #pop = 100.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	58,16	61,28	1,27	38,77	40,84	0,84	2	335,12
m20	20	47,01	49,03	1,08	31,33	32,68	0,72	2	106,87
m15	15	38,81	40,04	0,68	25,87	26,69	0,45	2	47,08
m10	10	25,53	26,02	0,57	17,02	17,34	0,38	2	18,69

APÊNDICE H – EXPERIMENTOS GRASP

Tabela 89 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 100.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	95,12	103,16	3,73	63,40	68,77	2,48	2	1,88
m20	20	59,53	64,48	2,63	39,68	42,98	1,75	2	0,58
m15	15	42,64	45,52	1,53	28,42	30,34	1,02	2	0,26
m10	10	26,73	27,09	0,41	17,82	18,06	0,27	2	0,09

Tabela 90 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 200.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	92,47	100,24	3,34	61,64	66,82	2,22	2	3,77
m20	20	59,57	62,49	2,25	39,71	41,65	1,50	2	1,18
m15	15	42,57	44,94	1,50	28,37	29,95	1,00	2	0,52
m10	10	26,73	26,89	0,25	17,82	17,93	0,17	2	0,19

Tabela 91 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 300.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	89,92	98,69	3,39	59,93	65,79	2,26	2	5,64
m20	20	54,52	61,86	2,28	36,33	41,23	1,52	2	1,77
m15	15	41,21	43,85	1,14	27,47	29,23	0,76	2	0,78
m10	10	26,73	26,78	0,08	17,82	17,85	0,05	2	0,28

Tabela 92 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 400.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	89,71	98,71	33,51	59,81	65,80	2,34	2	7,51
m20	20	50,45	60,86	3,26	33,62	40,57	2,17	2	2,36
m15	15	42,49	44,34	1,09	28,32	29,55	0,72	2	1,04
m10	10	26,73	26,75	0,04	17,82	17,83	0,03	2	0,38

Tabela 93 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 500.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	91,38	98,26	3,68	60,92	65,50	2,45	2	9,44
m20	20	57,02	61,58	2,32	38,01	41,05	1,54	2	2,95
m15	15	42,04	43,87	1,13	28,02	29,24	0,72	2	1,30
m10	10	26,73	26,74	0,03	17,82	17,83	0,02	2	0,47

Tabela 94 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 600.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,39	96,12	3,12	58,25	64,07	2,08	2	11,29
m20	20	50,21	61,04	2,72	33,47	40,69	1,81	2	3,54
m15	15	40,93	43,51	1,09	27,27	29,00	0,72	2	1,58
m10	10	26,73	26,75	0,05	17,82	17,83	0,03	2	0,57

Tabela 95 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 700.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	89,34	97,62	3,27	59,56	65,08	2,18	2	13,19
m20	20	55,28	60,57	2,41	36,86	40,38	1,60	2	4,12
m15	15	40,91	43,68	1,38	27,27	29,11	0,92	2	1,83
m10	10	26,73	26,73	0,03	17,82	17,82	0,02	2	0,66

Tabela 96 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 800.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,01	95,81	3,80	58,00	63,86	2,53	2	15,08
m20	20	54,65	59,30	2,30	36,43	39,53	1,53	2	4,71
m15	15	40,84	43,32	0,83	27,22	28,87	0,55	2	2,09
m10	10	26,73	26,74	0,02	17,82	17,82	0,01	2	0,76

Tabela 97 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 900.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,19	95,79	3,30	58,78	63,85	2,20	2	16,93
m20	20	54,15	60,02	2,02	36,10	40,01	1,34	2	5,30
m15	15	41,06	43,24	0,92	27,37	28,82	0,61	2	2,35
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,00	2	0,85

Tabela 98 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 1000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,86	94,77	3,18	58,57	63,17	2,12	2	18,82
m20	20	51,11	59,59	2,21	34,07	39,72	1,47	2	5,90
m15	15	41,44	43,12	0,19	27,62	28,74	0,61	2	2,61
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,00	2	0,94

Tabela 99 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 5000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	86,76	91,62	2,46	57,84	61,07	1,64	2	94,43
m20	20	51,10	56,99	2,14	34,06	37,98	1,42	2	32,93
m15	15	40,92	42,27	0,67	27,27	28,17	0,45	2	13,17
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	4,74

Tabela 100 – GRASP: $\alpha = 0.1$; ciclo = 10000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	83,29	90,13	2,57	55,52	60,08	1,71	2	188,99
m20	20	50,12	55,31	2,02	33,41	36,87	1,34	2	61,74
m15	15	39,49	41,40	0,77	26,32	27,59	0,51	2	26,42
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	9,49

Tabela 101 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 100.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	92,45	102,58	4,16	61,63	68,38	2,77	2	1,90
m20	20	57,18	64,40	2,34	38,11	42,93	1,56	2	0,64
m15	15	43,08	46,08	1,53	28,72	30,71	1,02	2	0,26
m10	10	26,73	27,08	0,39	17,82	18,05	0,25	2	0,10

Tabela 102 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 200.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	92,67	100,69	3,41	61,77	67,12	2,28	2	3,81
m20	20	57,18	64,40	2,34	38,11	42,93	1,56	2	0,64
m15	15	42,04	44,95	1,42	28,02	29,96	0,94	2	0,52
m10	10	26,73	26,92	0,24	17,82	17,94	0,15	2	0,19

Tabela 103 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 300.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	89,12	98,42	3,75	59,40	65,60	2,50	2	5,72
m20	20	52,07	61,81	2,56	34,71	41,20	1,71	2	1,93
m15	15	41,51	44,40	1,20	27,67	29,60	0,80	2	0,78
m10	10	26,73	26,79	0,11	17,82	17,86	0,07	2	0,29

Tabela 104 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 400.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,35	98,44	3,70	58,22	65,62	2,47	2	7,65s
m20	20	55,02	61,56	2,73	36,67	41,03	1,82	2	2,36
m15	15	40,77	43,86	1,21	27,17	29,23	0,81	2	1,04
m10	10	26,73	26,78	0,12	17,82	17,85	0,08	2	0,39

Tabela 105 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 500.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	92,54	97,71	2,77	61,70	65,14	1,84	2	9,49
m20	20	56,72	61,45	2,56	37,80	40,96	1,71	2	2,95
m15	15	40,31	43,76	1,13	26,87	29,16	0,75	2	1,30
m10	10	26,73	26,75	0,08	17,82	17,83	0,05	2	0,51

Tabela 106 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 600.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	91,13	97,63	2,78	60,75	65,08	1,85	2	11,42
m20	20	55,23	59,94	2,11	36,81	39,55	1,40	2	3,55
m15	15	42,11	43,85	0,97	28,07	29,23	0,64	2	1,56
m10	10	26,73	26,76	0,05	17,82	17,84	0,03	2	0,63

Tabela 107 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 700.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	90,01	95,98	3,05	60,00	63,98	2,03	2	13,31
m20	20	54,84	60,69	2,09	36,56	40,45	1,39	2	4,14
m15	15	41,29	44,03	1,04	27,52	29,34	0,69	2	1,83
m10	10	26,73	26,74	0,03	17,82	17,83	0,02	2	0,71

Tabela 108 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 800.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,99	95,79	3,47	58,65	63,85	2,32	2	15,19
m20	20	57,89	60,81	1,67	38,58	40,53	1,11	2	4,72
m15	15	41,65	43,38	0,83	27,77	28,91	0,55	2	2,09
m10	10	26,73	26,74	0,02	17,82	17,82	0,01	2	0,81

Tabela 109 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 900.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,36	95,87	3,48	58,24	63,91	2,31	2	17,12
m20	20	55,26	60,26	1,90	36,82	40,16	1,27	2	5,31
m15	15	40,08	42,98	1,07	26,72	28,64	0,71	2	2,35
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,00	2	0,88

Tabela 110 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 1000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,60	94,34	3,33	58,40	62,88	2,22	2	19,05
m20	20	55,61	59,40	2,25	37,06	39,60	1,50	2	5,91
m15	15	41,22	43,24	0,94	27,47	28,82	0,63	2	2,62
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,00	2	0,96

Tabela 111 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 5000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	81,35	90,55	3,45	54,22	60,36	2,30	2	95,55
m20	20	52,76	56,69	1,98	35,17	37,78	1,32	2	30,02
m15	15	40,84	42,05	0,77	27,22	28,02	0,51	2	13,14
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	5,05

Tabela 112 – GRASP: $\alpha = 0.2$; ciclo = 10000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	83,89	90,19	2,80	55,92	60,12	1,86	2	190,67
m20	20	49,18	55,87	2,27	32,78	37,24	1,51	2	59,52
m15	15	40,31	41,59	0,69	26,87	27,72	0,46	2	26,27
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	9,49

Tabela 113 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 100.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,35	102,75	4,11	58,90	68,49	2,74	2	1,90
m20	20	57,70	64,23	2,87	38,46	42,81	1,92	2	0,61
m15	15	42,27	46,02	1,67	28,17	30,67	1,11	2	0,27
m10	10	26,73	27,14	0,37	17,82	18,09	0,24	2	0,09

Tabela 114 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 200.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	85,47	98,48	5,07	56,97	65,65	3,38	2	3,83
m20	20	54,66	62,13	3,15	36,43	41,41	2,10	2	1,22
m15	15	41,59	44,83	1,37	27,72	29,88	0,91	2	0,56
m10	10	26,73	26,94	0,33	17,82	17,96	0,21	2	0,19

Tabela 115 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 300.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	91,38	99,19	4,06	60,91	66,12	2,70	2	5,70
m20	20	52,90	61,35	3,42	35,26	40,89	2,28	2	1,82
m15	15	42,64	44,52	0,92	28,42	29,67	0,61	2	0,83
m10	10	26,73	26,80	0,10	17,82	17,86	0,07	2	0,28

Tabela 116 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 400.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	91,31	98,72	2,89	60,87	65,81	1,93	2	7,57
m20	20	56,71	61,44	2,05	37,80	40,95	1,37	2	2,45
m15	15	41,96	44,08	0,99	27,97	29,38	0,66	2	1,04
m10	10	26,73	26,75	0,03	17,82	17,83	0,02	2	0,38

Tabela 117 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 500.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	91,27	98,29	2,64	60,84	65,52	1,76	2	9,51
m20	20	56,90	61,02	2,23	37,93	40,67	1,48	2	2,97
m15	15	40,68	43,91	1,35	27,12	29,26	0,89	2	1,31
m10	10	26,73	26,74	0,02	17,82	17,83	0,02	2	0,47

Tabela 118 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 600.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,23	97,44	3,77	58,15	64,95	2,51	2	11,37
m20	20	54,66	60,58	2,05	36,43	40,38	1,36	2	3,56
m15	15	41,44	43,89	1,21	27,62	29,25	0,81	2	1,57
m10	10	26,73	26,75	0,04	17,82	17,83	0,03	2	0,57

Tabela 119 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 700.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,79	95,88	3,57	59,20	63,91	2,38	2	13,31
m20	20	57,06	60,46	1,83	38,03	40,30	1,22	2	4,17
m15	15	42,34	43,91	0,78	28,22	29,27	0,52	2	1,83
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,01	2	0,67

Tabela 120 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 800.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	90,66	95,90	3,01	60,44	63,92	2,00	2	15,23
m20	20	54,56	59,91	2,32	36,36	39,93	1,55	2	4,74
m15	15	40,68	43,27	1,16	27,12	28,84	0,77	2	2,09
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,01	2	0,76

Tabela 121 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 900.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	86,62	95,86	3,58	57,75	63,90	2,38	2	17,10
m20	20	54,52	60,02	2,15	36,35	40,01	1,43	2	5,33
m15	15	40,93	43,38	0,99	27,27	28,91	0,66	2	2,35
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,01	2	0,86

Tabela 122 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 1000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,44	95,51	3,04	58,95	63,67	2,03	2	18,98
m20	20	56,57	60,41	1,66	37,71	40,26	1,11	2	5,93
m15	15	41,07	43,07	0,91	27,37	28,71	0,61	2	2,62
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,01	2	0,95

Tabela 123 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 5000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	84,47	92,12	2,76	56,31	61,41	1,84	2	95,44
m20	20	53,27	56,87	1,50	35,51	37,91	1,00	2	29,63
m15	15	40,24	41,78	0,84	26,82	27,85	0,56	2	14,82
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	5,10

Tabela 124 – GRASP: $\alpha = 0.3$; ciclo = 10000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,29	90,83	1,85	58,19	60,54	1,23	2	200,36
m20	20	47,60	55,72	2,37	31,72	37,14	1,58	2	59,44
m15	15	40,08	41,55	0,61	26,72	27,69	0,41	2	30,22
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	9,50

Tabela 125 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 100.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	92,19	103,18	3,88	61,46	68,78	2,58	2	1,93
m20	20	54,42	63,77	2,77	36,27	42,51	1,84	2	0,62
m15	15	41,37	45,38	1,80	27,57	30,25	1,20	2	0,26
m10	10	26,73	27,01	0,38	17,82	18,00	0,25	2	0,09

Tabela 126 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 200.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	91,51	101,19	3,96	61,00	67,45	2,64	2	3,83
m20	20	52,55	62,58	2,72	35,03	41,71	1,81	2	1,32
m15	15	41,43	44,82	1,37	27,62	29,87	0,91	2	0,52
m10	10	26,73	26,92	0,25	17,82	17,94	0,16	2	0,19

Tabela 127 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 300.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,26	99,84	3,89	58,16	66,56	2,59	2	5,70
m20	20	57,61	61,60	1,87	38,40	41,06	1,24	2	1,83
m15	15	41,00	44,41	1,12	27,32	29,60	0,75	2	0,78
m10	10	26,73	26,79	0,15	17,82	17,85	0,10	2	0,28

Tabela 128 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 400.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,11	97,99	3,50	58,74	65,32	2,33	2	7,61
m20	20	57,88	61,60	1,96	38,58	41,06	1,30	2	2,40
m15	15	40,38	44,35	1,43	26,92	29,56	0,95	2	1,05
m10	10	26,73	26,78	0,07	17,82	17,85	0,04	2	0,28

Tabela 129 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 500.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	89,47	96,60	3,29	59,64	64,39	2,19	2	9,51
m20	20	54,71	61,15	2,52	36,48	40,76	1,68	2	2,93
m15	15	40,32	43,60	1,13	26,87	29,06	0,75	2	1,31
m10	10	26,73	26,74	0,03	17,82	17,82	0,02	2	0,47

Tabela 130 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 600.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,97	97,50	3,53	59,31	65,00	2,35	2	11,40
m20	20	54,19	59,87	2,43	36,12	39,91	1,62	2	3,52
m15	15	40,70	43,65	1,48	27,12	29,09	0,99	2	1,57
m10	10	26,73	26,76	0,06	17,82	17,84	0,04	2	0,57

Tabela 131 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 700.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,55	96,47	3,16	58,35	64,31	2,11	2	13,29
m20	20	56,42	60,50	1,87	37,60	40,32	1,25	2	4,12
m15	15	41,59	43,45	0,92	27,72	28,96	0,61	2	1,85
m10	10	26,73	26,73	0,02	17,82	17,82	0,01	2	0,66

Tabela 132 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 800.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,38	95,63	2,93	58,90	63,74	1,95	2	15,22
m20	20	55,80	59,66	2,24	37,20	39,77	1,49	2	4,69
m15	15	41,66	43,19	0,98	27,77	28,79	0,65	2	2,09
m10	10	26,73	26,74	0,03	17,82	17,82	0,02	2	0,76

Tabela 133 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 900.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	87,26	95,87	3,10	58,16	63,91	2,06	2	17,13
m20	20	56,11	60,31	1,95	37,40	40,20	1,30	2	5,28
m15	15	40,24	43,25	1,28	26,82	28,83	0,85	2	2,35
m10	10	26,73	26,74	0,02	17,82	17,83	0,02	2	0,85

Tabela 134 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 1000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	89,62	95,89	3,07	59,74	63,92	2,05	2	18,99
m20	20	49,32	59,39	2,67	32,87	39,59	1,78	2	5,86
m15	15	40,62	43,18	0,90	27,07	28,78	0,60	2	2,63
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,01	2	0,96

Tabela 135 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 5000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	82,52	91,76	3,38	55,01	61,17	2,25	2	95,67
m20	20	52,31	56,72	2,07	34,87	37,80	1,38	2	30,04
m15	15	40,85	42,04	0,74	27,22	28,02	0,49	2	13,17
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	4,99

Tabela 136 – GRASP: $\alpha = 0.4$; ciclo = 10000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	84,63	89,85	2,51	56,40	59,89	1,67	2	191,01
m20	20	51,03	55,63	2,02	34,01	37,08	1,34	2	59,45
m15	15	40,09	41,30	0,63	26,72	27,53	0,42	2	26,34
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	9,49

Tabela 137 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 100.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	93,04	103,00	4,04	62,01	68,65	2,69	2	2,10
m20	20	60,88	64,62	2,49	40,58	43,07	1,66	2	0,60
m15	15	42,70	45,06	1,48	28,47	30,03	0,98	2	0,26
m10	10	26,73	27,03	0,40	17,82	18,02	0,26	2	0,09

Tabela 138 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 200.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	95,35	99,92	2,92	63,56	66,60	1,94	2	3,86
m20	20	49,87	62,55	3,19	33,23	41,69	2,13	2	1,24
m15	15	43,08	45,20	1,07	28,72	30,12	0,71	2	0,52
m10	10	26,73	26,90	0,26	17,82	17,93	0,17	2	0,19

Tabela 139 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 300.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	90,46	98,23	3,65	60,30	65,48	2,43	2	5,72
m20	20	55,47	61,86	2,60	36,97	41,23	1,74	2	1,92
m15	15	42,19	45,13	1,29	28,12	30,08	0,86	2	0,78
m10	10	26,73	26,79	0,09	17,82	17,86	0,06	2	0,28

Tabela 140 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 400.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	91,67	97,67	3,75	61,11	65,11	2,50	2	7,63
m20	20	56,67	60,97	2,07	37,77	40,64	1,38	2	2,37
m15	15	41,36	44,24	1,21	27,57	29,49	0,81	2	1,04
m10	10	26,73	26,77	0,10	17,82	17,84	0,06	2	0,38

Tabela 141 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 500.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,85	97,36	3,87	59,23	64,90	2,58	2	9,52
m20	20	52,19	60,87	3,07	34,78	40,57	2,05	2	2,97
m15	15	41,37	43,77	1,08	27,57	29,17	0,72	2	1,31
m10	10	26,73	26,75	0,05	17,82	17,83	0,03	2	0,47

Tabela 142 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 600.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	90,72	96,40	3,33	60,47	64,26	2,22	2	11,43
m20	20	55,16	60,48	2,45	36,77	40,32	1,63	2	3,56
m15	15	40,76	43,64	1,06	27,17	29,09	0,70	2	1,57
m10	10	26,73	26,73	0,02	17,82	17,82	0,02	2	0,57

Tabela 143 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 700.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	90,54	97,01	3,25	60,35	64,66	2,17	2	13,35
m20	20	50,09	59,56	2,44	33,38	39,70	1,63	2	4,18
m15	15	41,67	43,51	0,82	27,77	29,00	0,54	2	1,83
m10	10	26,73	26,74	0,02	17,82	17,82	0,01	2	0,67

Tabela 144 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 800.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	88,14	95,66	3,38	58,75	63,77	2,25	2	15,24
m20	20	55,59	60,44	1,85	37,06	40,29	1,23	2	4,74
m15	15	40,61	43,45	1,18	27,07	28,96	0,78	2	2,09
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,01	2	0,76

Tabela 145 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 900.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	90,60	96,25	2,72	60,40	64,16	1,81	2	17,14
m20	20	51,66	59,56	2,33	34,43	39,70	1,55	2	5,34
m15	15	41,67	43,46	0,87	27,77	28,96	0,58	2	2,36
m10	10	26,73	26,73	0,01	17,82	17,82	0,00	2	0,85

Tabela 146 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 1000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	89,17	95,14	2,70	59,44	63,42	1,80	2	19,04
m20	20	55,00	60,08	1,99	36,66	40,05	1,32	2	5,92
m15	15	41,15	43,27	0,96	27,42	28,84	0,64	2	2,64
m10	10	26,73	26,74	0,02	17,82	17,82	0,01	2	0,95

Tabela 147 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 5000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	81,76	91,64	3,01	54,50	61,08	2,01	2	95,50
m20	20	49,48	56,17	2,70	32,97	37,44	1,80	2	29,74
m15	15	40,01	41,86	0,73	26,67	27,90	0,48	2	13,50
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	4,74

Tabela 148 – GRASP: $\alpha = 0.5$; ciclo = 10000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	82,07	89,80	2,85	54,70	59,86	1,90	2	190,83
m20	20	51,86	56,49	1,65	34,57	37,65	1,10	2	59,40
m15	15	39,93	41,54	0,77	26,62	27,69	0,51	2	26,48
m10	10	26,73	26,73	0	17,82	17,82	0	2	11,27

APÊNDICE I – EXPERIMENTOS ILS

Tabela 149 – ILS: ciclo = 100.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	61,77	67,24	3,39	41,17	44,82	2,26	2	1,69
m20	20	44,23	50,00	3,05	29,48	33,32	2,03	2	0,50
m15	15	39,05	40,63	1,01	26,02	27,08	0,67	2	0,22
m10	10	25,53	26,16	0,64	17,02	17,44	0,43	2	0,08

Tabela 150 – ILS: ciclo = 200.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	55,01	62,98	3,30	36,67	41,98	2,20	2	3,39
m20	20	43,05	48,09	3,12	28,68	32,05	2,08	2	0,99
m15	15	39,05	40,10	0,69	26,02	26,73	0,45	2	0,44
m10	10	25,53	25,91	0,59	17,02	17,27	0,39	2	0,17

Tabela 151 – ILS: ciclo = 300.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	57,93	62,66	2,56	38,62	41,76	1,70	2	4,98
m20	20	41,75	47,03	3,52	27,83	31,35	2,35	2	1,50
m15	15	39,05	39,61	0,45	26,02	26,40	0,29	2	0,65
m10	10	25,53	25,89	0,57	17,02	17,26	0,38	2	0,26

Tabela 152 – ILS: ciclo = 400.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	50,45	59,74	3,72	33,62	39,82	2,48	2	6,65
m20	20	42,13	45,62	2,63	28,08	30,40	1,75	2	2,00
m15	15	39,05	39,60	0,40	26,02	26,39	0,27	2	0,87
m10	10	25,53	26,16	0,65	17,02	17,44	0,43	2	0,35

Tabela 153 – ILS: ciclo = 500.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	54,72	60,37	2,13	36,47	40,23	1,42	2	8,29
m20	20	42,20	46,29	3,04	28,13	30,85	2,03	2	2,50
m15	15	39,50	39,46	0,37	26,02	26,30	0,25	2	1,15
m10	10	25,53	25,96	0,63	17,02	17,31	0,42	2	0,43

Tabela 154 – ILS: ciclo = 600.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	53,29	59,71	2,82	35,52	39,79	1,88	2	9,96
m20	20	41,90	45,60	2,78	27,93	30,39	1,85	2	3,00
m15	15	39,05	39,52	0,61	26,02	26,34	0,41	2	1,34
m10	10	25,53	26,25	0,65	17,02	17,50	0,43	2	0,53

Tabela 155 – ILS: ciclo = 700.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	53,82	59,65	2,56	35,87	39,76	1,71	2	11,76
m20	20	42,28	46,15	2,85	28,18	30,76	1,90	2	3,50
m15	15	39,05	39,38	0,28	26,02	26,25	0,18	2	1,50
m10	10	25,53	25,96	0,62	17,02	17,30	0,41	2	0,60

Tabela 156 – ILS: ciclo = 800.

Instância	N	T _{ij}			C _{ij}			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	52,28	58,25	2,85	34,85	38,83	1,90	2	13,00
m20	20	41,75	45,08	2,88	27,83	30,05	1,92	2	4,01
m15	15	39,05	39,38	0,32	26,02	26,25	0,21	2	1,70
m10	10	25,53	25,77	0,50	17,02	17,18	0,33	2	0,72

Tabela 157 – ILS: ciclo = 900.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	51,79	58,49	3,17	34,52	38,98	2,11	2	15,00
m20	20	41,90	45,94	3,07	27,93	30,62	2,05	2	4,54
m15	15	39,05	39,41	0,29	26,02	26,27	0,19	2	1,90
m10	10	25,53	25,66	0,41	17,02	17,11	0,27	2	0,78

Tabela 158 – ILS: ciclo = 1000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	51,56	58,30	2,74	34,37	38,86	1,83	2	16,76
m20	20	41,90	44,80	2,59	27,93	29,86	1,73	2	5,04
m15	15	39,05	39,31	0,24	26,02	26,21	0,16	2	2,10
m10	10	25,53	25,91	0,59	17,02	17,27	0,39	2	0,88

Tabela 159 – ILS: ciclo = 5000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	48,66	56,56	2,69	32,42	37,70	1,79	2	93,99
m20	20	41,75	44,35	2,70	27,83	29,56	1,80	2	32,66
m15	15	39,05	39,35	0,27	26,02	26,23	0,18	2	10,83
m10	10	25,53	26,19	0,67	17,02	17,46	0,45	2	3,50

Tabela 160 – ILS: ciclo = 10000.

Instância	N	Tij			Cij			G(s)	$\bar{T}(s)$
		#min	\bar{x}	σ	#min	\bar{x}	σ		
m30	30	49,32	55,08	3,06	32,87	36,71	2,04	2	165,93
m20	20	41,75	43,18	1,56	27,83	28,78	1,04	2	53,60
m15	15	39,05	39,32	0,29	26,02	26,21	0,19	2	21,00
m10	10	25,53	26,12	0,64	17,02	17,41	0,43	2	7,15